

3.5.15 Slovní úlohy o pohybu I

Předpoklady: 030514

Př. 1: Běžec na lyžích se pohybuje na celodenním výletu průměrnou rychlostí 13 km/h. Jakou vzdálenost ujede za 1 hodinu? Za 3 hodiny? Za 5 hodin? Za t hodin? Najdi vzorec, který umožňuje vypočítat dráhu, kterou ujede, z času, jak dlouho už běží.

1 hodina	...	13 km
2 hodiny	...	$2 \cdot 13 = 26$ km
3 hodiny	...	$3 \cdot 13 = 39$ km
5 hodin	...	$5 \cdot 13 = 65$ km
t hodin	...	$t \cdot 13 = 13t$ km

Poslední výsledek je vlastně vzorec pro dráhu, kterou běžec urazí. Stačí do něj dosadit čas a získáme hledanou dráhu $s = 13t$.

Př. 2: Za jakého předpokladu platí pro dráhu pohybu vzorec $s = vt$? Odvod' ze vzorce vztahy pro rychlost a čas. Zkontroluj, zda dávají smysl.

Vzorec $s = vt$ platí za předpokladu, že se předmět pohybuje pořád stejnou rychlostí.

Vzorec pro rychlost: $s = vt \quad / : t$

$v = \frac{s}{t}$, rozumný výsledek:

- velkou rychlostí se pohybujeme, když do čitatele zlomku dosadíme velké číslo (velká dráha) a do jmenovatele malé číslo (krátký čas) – například se za minutu dostaneme ze Země na Měsíc,
- malou rychlostí se pohybujeme, když do čitatele zlomku dosadíme malé číslo (krátká dráha) a do jmenovatele velké číslo (dlouhý čas) – například za rok přelezeme z jedné strany třídy na druhou.

Vzorec pro čas: $s = vt \quad / : v$

$t = \frac{s}{v}$, rozumný výsledek:

- dlouho se budeme pohybovat, když do čitatele zlomku dosadíme velké číslo (velká dráha), a do jmenovatele malé číslo (malá rychlost) – například, když budeme čekat, než se slimák doplazí z Třeboně do Prahy,
- krátký čas se budeme pohybovat, když do čitatele zlomku dosadíme malé číslo (malá dráha), a do jmenovatele velké číslo (velká rychlost) – například, když budeme čekat, než světlo přeletí z jedné strany třídy na druhou.

Př. 3: Při cestě po dálnici dosahuje Petr průměrné rychlosti 110 km/h. Za jak dlouho dojede z Lince do Splitu? Vzdálenost obou míst určí pomocí mapového serveru. Jakou průměrnou rychlost předpokládá vyhledávač spojení, který si použil?

Podle serveru www.mapy.cz, ze dne 24. 5. 2017: trasa 791 km, 7:56 hod.

Doba na ujetí cesty rychlostí 110 km/h

$$s = vt \quad / : v$$

$$t = \frac{s}{v} = \frac{791}{110} \text{ h} = 7,19 \text{ h} = 7 \text{ h } 11 \text{ min}$$

Průměrná rychlost předpokládaná vyhledávačem

$$7 \text{ h } 56 \text{ min} = 7 + \frac{56}{60} \text{ h} = 7,93 \text{ h}$$

$$s = vt \quad / : t$$

$$v = \frac{s}{t} = \frac{791}{7,93} \text{ km/h} = 99,7 \text{ km/h}$$

Rychlostí 110 km/h bychom z Lince do Splitu dorazili za 7 hodin a 11 minut. Vyhledávač spojení na serveru www.mapy.cz předpokládá průměrnou rychlost 99,7 km/h.

Př. 4: Nejrychlejší čas při Vasově běhu na lyžích drží Švéd J. Brink od roku 2012, kdy 90 km dlouhou trasu uběhl za 3:38:41. Jakou průměrnou rychlostí se při závodu pohyboval?

$$3 \text{ h } 38 \text{ min } 41 \text{ s} = 3 \text{ h } 38 + \frac{41}{60} \text{ min} = 3 \text{ h } 38,68 \text{ min} = 3 + \frac{38,68}{60} \text{ h} = 3,64 \text{ h}$$

$$s = vt \quad / : t$$

$$v = \frac{s}{t} = \frac{90}{3,64} \text{ km/h} = 24,7 \text{ km/h}$$

Švéd J. Brink běžel roku 2012 při Vasově běhu průměrnou rychlostí 24,7 km/h.

Př. 5: Převed' na jednotku v závorce.

a) 15 km/h [m/s]

b) 334 m/s [km/h]

c) 7,9 km/s [km/h]

$$\text{a) } 15 \text{ km/h} = \frac{15 \text{ km}}{1 \text{ h}} = \frac{15\,000 \text{ m}}{3\,600 \text{ s}} = \frac{15\,000}{3\,600} \text{ m/s} = 4,17 \text{ m/s}$$

$$\text{b) } 334 \text{ m/s} = \frac{334 \text{ m}}{1 \text{ s}} = \frac{334 \cdot \frac{1}{1000} \text{ km}}{\frac{1}{3600} \text{ h}} = \frac{334 \cdot 3600 \text{ km}}{1000 \text{ h}} = \frac{334 \cdot 3600}{1000} \text{ km/h} = 1\,200 \text{ km/h}$$

$$\text{c) } 7,9 \text{ km/s} = \frac{7,9 \text{ km}}{1 \text{ s}} = \frac{7,9 \text{ km}}{\frac{1}{3600} \text{ h}} = \frac{7,9 \cdot 3600 \text{ km}}{1 \text{ h}} = 7,9 \cdot 3600 \text{ km/h} = 28\,440 \text{ km/h}$$

Prostřední příklad si můžeme upravit takto:

$$334 \text{ m/s} = \frac{334 \text{ m}}{1 \text{ s}} = \frac{334 \cdot \frac{1}{1000} \text{ km}}{\frac{1}{3600} \text{ h}} = 334 \cdot \frac{3600 \text{ km}}{1000 \text{ h}} = 334 \cdot 3,6 \text{ km/h} = 1200 \text{ km/h}$$

Vidíme, že při převádění z m/s na km/h musíme násobit číslem 3,6 \Rightarrow při převodu z km/h na m/s budeme číslem 3,6 dělit.

Př. 6: Urči rychlost v km/h a m/s pokud,

a) šnek uleze za pět minut 35 cm,

b) chodec ujede 700 m za 6 minut,

c) auto ujede 5 km za 4 minuty,

a) šnek uleze za pět minut 35 cm

$$t = 5 \text{ min} = 300 \text{ s}, \quad s = 35 \text{ cm} = 0,35 \text{ m}$$

$$v = \frac{s}{t} = \frac{0,35}{300} \text{ m/s} = 0,00117 \text{ m/s} = 0,0042 \text{ km/h}$$

b) chodec ujede 700 m za 6 minut

$$t = 6 \text{ min} = 360 \text{ s}, \quad s = 700 \text{ m}$$

$$v = \frac{s}{t} = \frac{700}{360} \text{ m/s} = 1,94 \text{ m/s} = 7 \text{ km/h}$$

c) auto ujede 5 km za 4 minuty

$$t = 4 \text{ min} = 240 \text{ s}, \quad s = 5 \text{ km} = 5000 \text{ m}$$

$$v = \frac{s}{t} = \frac{5000}{240} \text{ m/s} = 20,8 \text{ m/s} = 75 \text{ km/h}$$

Př. 7: Martin ujede cestu na zahradu dlouhou 3,5 km většinou za 10 minut. Jak dlouho by touto rychlostí jel na třešně vzdálené 13 km?

Pro výpočet doby nutné pro jízdu na třešně potřebujeme znát rychlost pohybu, kterou můžeme určit z údajů o cestě na zahradu. Vzhledem k zadání je výhodnější počítat s rychlostí v km/h.

$$t = 10 \text{ min} = \frac{10}{60} \text{ h} = \frac{1}{6} \text{ h}, \quad s = 3,5 \text{ km}$$

$$s = vt \quad / : t$$

$$v = \frac{s}{t} = \frac{3,5}{\frac{1}{6}} \text{ km/h} = 3,5 \cdot 6 \text{ km/h} = 21 \text{ km/h}$$

$$v = 21 \text{ km/h}, \quad s = 13 \text{ km}$$

$$s = vt \quad / : v$$

$$t = \frac{s}{v} = \frac{13}{21} \text{ h} \doteq 0,62 \text{ h} = 37 \text{ min}$$

Martin dorazí na třešně za 37 minut.

Př. 8: Veličiny, které popisují pohyb Adama, označuj indexem A, veličiny, které popisují pohyb Evy, indexem E. Zachyť pomocí rovnic vztahy popsané v zadání.

a) Adam ujel rychlostí o 7 km/h vyšší než Eva o třetinu menší vzdálenost.

b) Adam vyjel ve 12:00 na čtyřhodinový výlet na kole. Trasu ujel a půlhodiny rychleji než Eva den před tím.

c) Adam se vydal na cestu o půl hodiny později než Eva, musel jít proto o 1,5 km/h vyšší rychlostí, aby ji přesně v cíli dohonil.

d) Vesnice, kde bydlí Adam, je vzdálena od Evina bydliště 5 km. Často si dávají schůzku tak, že oba vyrazí z domova a sejdou se někde po cestě. Dneska vyrazili ve stejný čas, ale Adam jel na kole, a tak se pohyboval pětkrát větší rychlostí.

a) Adam ujel rychlostí o 7 km/h vyšší než Eva o třetinu menší vzdálenost.

$$v_A = v_E + 7, \quad s_A = s_E - \frac{1}{3}s_E = \frac{2}{3}s_E$$

b) Adam vyjel ve 12:00 na čtyřhodinový výlet na kole. Trasu ujel a půlhodiny rychleji než Eva den před tím.

$$s_A = s_E, \quad t_A = 4 \text{ h}, \quad t_E = 4,5 \text{ h}, \quad t_A = t_E - 0,5, \quad \text{o rychlostech nich nevíme}$$

c) Eva vyrazila v 8:00 na pochod. Adam se vydal na cestu až v 8:30 a musel jít o 1,5 km/h vyšší rychlostí, aby ji přesně v cíli dohonil.

$$t_A = t_E - 0,5, \quad v_A = v_E + 1,5, \quad s_A = s_E \quad (\text{sešli se v cíli} \Rightarrow \text{urazili stejnou vzdálenost})$$

d) Vesnice, kde bydlí Adam, je vzdálena od Evina bydliště 5 km. Často si dávají schůzku tak, že oba vyrazí z domova a sejdou se někde po cestě. Dneska vyrazili ve stejný čas, ale Adam jel na kole, a tak se pohyboval pětkrát větší rychlostí.

$$t_A = t_E, \quad v_A = 5v_E, \quad s_A + s_E = 5$$

Pedagogická poznámka: Nejčastěji se zapomíná na třetí (dráhovou) rovnici v bodě c). Při kontrole si píšeme rovnice na tabuli a na tomto místě čekáme, dokud ji někdo nevymyslí.

Shrnutí: Dráhu rovnoměrného pohybu spočteme podle vzorce $s = vt$.