

3.2.17 Slovní úlohy - shrnutí

Předpoklady: 030216

Př. 1: Najdi číslo, jehož dvojnásobek zmenšený o 7 se rovná jeho polovině zvětšené o jedenáct.

Neznámé číslo ... x
Dvojnásobek čísla zmenšený o sedm ... $2x - 7$

Polovina čísla zvětšená o jedenáct ... $\frac{x}{2} + 11$

$$2x - 7 = \frac{x}{2} + 11 \quad / \cdot 2$$

$$2 \cdot (2x - 7) = 2 \cdot \left(\frac{x}{2} + 11 \right)$$

$$4x - 14 = x + 22 \quad / -x$$

$$3x - 14 = 22 \quad / +14$$

$$3x = 36 \quad / :3$$

$$x = 12$$

Hledaným číslem je číslo 12.

Př. 2: Tatínek koupil v hospodě pivo pro sebe a dvě limonády pro děti. Pivo bylo 12% dražší než limonáda. Celkem zaplatil 78 Kč. Kolik stálo pivo? Kolik stála limonáda?

limonáda ... x
pivo /o 12 % dražší) ... $1,12x$

Dvě limonády a pivo 78 Kč: $2x + 1,12x = 78$

$$3,12x = 78 \quad / :3,12$$

$$x = \frac{78}{3,12} = 25 \text{ Kč}$$

Cena piva: $1,12x = 1,12 \cdot 25 = 28 \text{ Kč}$

Pivo stálo 28 Kč, limonáda 25 Kč.

Př. 3: Druhá strana trojúhelníku je o 2 cm delší než první, třetí strana je o třetinu kratší než druhá. Urči délky stran, jestliže obvod trojúhelníku je 22 cm.

Délka druhé strany ... d

První strana (o 2 cm kratší) ... $d - 2$

Třetí strana (o třetinu kratší) ... $d - \frac{1}{3}d = \frac{2}{3}d$

Obvod trojúhelníku je 22 cm: $d + d - 2 + \frac{2}{3}d = 22 \quad / +2$

$$2d + \frac{2}{3}d = 24 \quad / \cdot 3$$

$$6d + 2d = 72$$

$$8d = 72 \quad / : 8$$

$$d = \frac{72}{8} = 9$$

První strana: $d - 2 = 7$ cm .

Třetí strana: $\frac{2}{3}d = \frac{2}{3} \cdot 9 = 6$ cm .

Strany trojúhelníku mají délky 7, 9, 6 cm.

Př. 4: Honzův táta se v zoufalství rozhodl pro zvláštní krok a začal Honzovi platit za písemky z matematiky: za každou správnou otázku v testu dostal Honza 20 Kč, za každou otázku, kterou správně nezodpoví, musel dát Honza tátovi 60 Kč. V poslední písemce Honza odpovídal na 25 otázek a vydělal si 20 Kč. Kolik otázek zodpověděl správně? Kolik udělal chyb?

Kolik peněz by si Honza vydělal, kdyby všechny otázky zodpověděl správně? Kolik peněz by musel zaplatit tátovi, kdyby měl všechny otázky špatně? Kolik otázek musí zodpovědět správně, aby nemusel nic vracet ani nic nevydělat?

Počet správných odpovědí ... s

Počet nesprávných odpovědí ... $25 - s$ (celkem bylo 25 otázek)

Vydělané peníze správné odpovědi ... $20 \cdot s$.

Vrácené peníze za špatné odpovědi ... $60 \cdot (25 - s)$

Za písemku dostal 20 Kč: $20s - 60 \cdot (25 - s) = 20$

$$20s - 1500 + 60s = 20 \quad / +1500$$

$$80s = 1520 \quad / : 80$$

$$s = \frac{1520}{80} = 19$$

Honza zodpověděl správně 19 otázek, 6 otázek zodpověděl špatně.

Všechny otázky správně: $25 \cdot 20 = 500$ Kč.

Všechny otázky nesprávně: $25 \cdot 60 = 1500$ Kč.

Pokud po písemce nemá nic vracet ani nic vydělat, musí se částka za správné odpovědi rovnat část za nesprávné odpovědi.

$$20 \cdot s = 60 \cdot (25 - s)$$

$$20 \cdot s = 1500 - 60s \quad / +60s$$

$$80s = 1500 \quad / : 80$$

$s = \frac{1500}{80} = 18,75 \Rightarrow$ nikdy se nemůže stát, že by Honza nic nedostal a zároveň nemusel nic vracet. Pokud nechce nic vracet, musí zodpovědět, alespoň 19 otázek, aby vydělal 20 Kč. Pokud zodpoví správně 18 otázek, bude vracet 60 Kč.

Př. 5: Na jaře skončila Jardovi zkušební doba, a proto mu byl od května zvýšen plat o 15 %. Celkem tak za rok vydělal 340 560 Kč. Jaký byl jeho původní plat? Jaký byl jeho plat po zvýšení?

Původní plat ... x (tento plat dostával 4 měsíce)
 Zvýšený plat ... $x + 0,15x = 1,15x$ (tento plat dostával zbývajících 8 měsíců)

Celkem za rok vydělal 340 560: $4 \cdot x + 8 \cdot 1,15x = 340\,560$

$$4x + 9,2x = 340\,560$$

$$13,2x = 340\,560 \quad /:13,2$$

$$x = \frac{340\,560}{13,2} = 25\,800 \text{ Kč}$$

$$\text{Zvýšený plat: } 25\,800 \cdot 1,15 = 29\,670 \text{ Kč}$$

Jardův původní plat byl 25 800 Kč. Po zvýšení bral 29 670 Kč.

Př. 6: Martin šel na vlak do stanice vzdálené 7 km. První část cesty šel pohodovým tempem 45 minut. Když zjistil, že takto by vlak nestihl, zvýšil svou rychlost o polovinu a doopravdy se mu za 40 minut podařilo včas dojít na nádraží. Jakou rychlostí šel v druhé části trasy?

Základní rovnice $s_p + s_r = 7$. Dosadíme za oba úseky $s = vt$.

$$v_1 t_1 + v_2 t_2 = 7 \quad \text{V druhé části o polovinu zrychlil: } v_2 = \frac{3}{2} v_1.$$

$$v_1 t_1 + \frac{3}{2} v_1 t_2 = 7 \quad \text{Dosadíme: } t_1 = \frac{45}{60} = \frac{3}{4}, \quad t_2 = \frac{40}{60} = \frac{2}{3}$$

$$v_1 \cdot \frac{3}{4} + \frac{3}{2} v_1 \cdot \frac{2}{3} = 7$$

$$\frac{3}{4} v_1 + v_1 \cdot \frac{3}{2} \cdot \frac{2}{3} = 7$$

$$\frac{3}{4} v_1 + v_1 = 7$$

$$\frac{7}{4} v_1 = 7 \quad / \cdot 4$$

$$7v_1 = 28 \quad /:7$$

$$v_1 = 4 \text{ km/h}$$

$$v_2 = \frac{3}{2} \cdot 4 \text{ km/h} = 6 \text{ km/h}$$

Martin šel nejdříve rychlostí 4 km/h, pak zrychlil na 6 km/h.

Shrnutí: