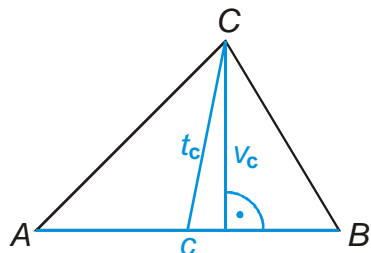


### 3.6.12 Konstrukce trojúhelníků II

**Předpoklady:** 030611

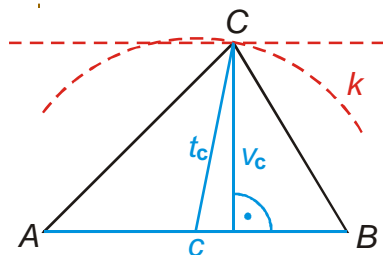
**Př. 1:** Sestroj trojúhelník  $ABC$ , je-li dáno:  $c = 8 \text{ cm}$ ,  $v_c = 4 \text{ cm}$ ,  $t_c = 5 \text{ cm}$ . Platí v trojúhelnících (obecně) nějaký vztah mezi délkou výšky a těžnice u stejného vrcholu?

**Rozbor**



Narýsujeme úsečku  $AB$ ,  $|AB| = c = 8 \text{ cm}$ . Hledáme bod  $C$ :

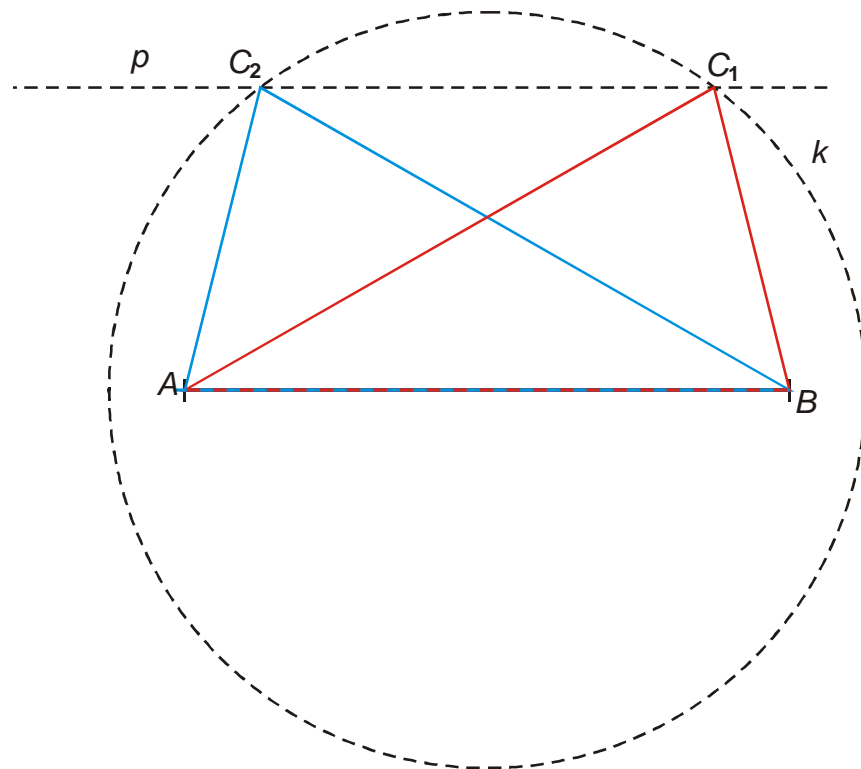
- známe výšku  $v_c \Rightarrow$  bod  $C$  leží ve vzdálenosti 4 cm od přímky  $AB \Rightarrow$  bod  $C$  leží na přímce rovnoběžné s přímkou  $AB$  vzdálené 4 cm,
- známe těžnici  $t_c \Rightarrow$  bod  $C$  leží ve vzdálenosti 5 cm od středu strany  $AB \Rightarrow$  bod  $C$  leží na kružnici  $k(S_{AB}; t_c = 5 \text{ cm})$ .



**Postup konstrukce**

1. úsečka  $AB$ ,  $|AB| = c = 8 \text{ cm}$ .
2. kružnice  $k(S_{AB}; t_c = 5 \text{ cm})$
3. přímka  $p$ ,  $p \parallel AB$  ve vzdálenosti  $v_c = 4 \text{ cm}$ .
4. bod  $C$ ,  $C = k \cap p$
5. trojúhelník  $ABC$

**Konstrukce**



### Zkouška správnosti

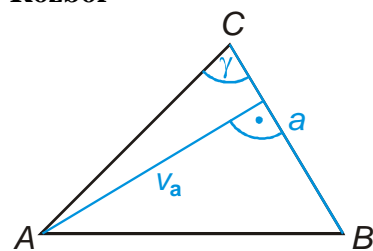
Výsledek odpovídá zadání (u obou trojúhelníků souhlasí všechny tři zadané velikosti).

### Diskuse

Příklad má dvě řešení vždy, když je výška kratší než těžnice (pak má kružnice  $k$  s přímkou  $p$  dva průsečíky). V případě, že se obě velikosti rovnají, existuje jenom jeden průsečík (jediné řešení), kterým získáme rovnoramenný trojúhelník.

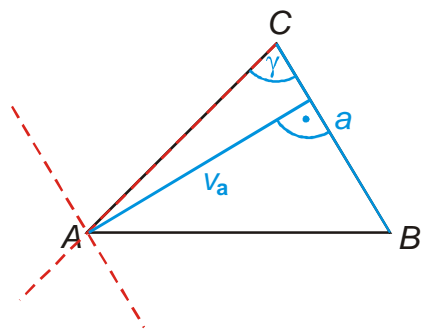
**Př. 2:** Sestroj trojúhelník  $ABC$ , je-li dáno:  $a = 6$  cm,  $\gamma = 60^\circ$ ,  $v_a = 4$  cm.

### Rozbor



Narýsujeme úsečku  $BC$ ,  $|BC| = a = 6$  cm. Hledáme bod  $A$ :

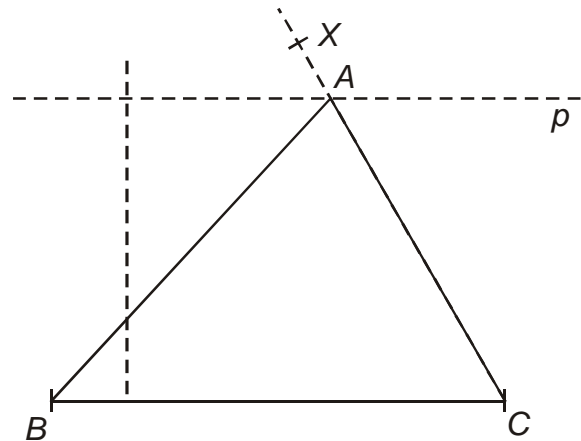
- známe výšku  $v_a \Rightarrow$  bod  $A$  leží ve vzdálenosti 4 cm od přímky  $BC \Rightarrow$  bod  $A$  leží na přímce rovnoběžné s přímkou  $BC$  vzdálené 4 cm,
- známe úhel  $\gamma \Rightarrow$  bod  $A$  leží na polopřímce  $CX$ , která s úsečkou  $BC$  svírá úhel  $60^\circ$ .



### Postup konstrukce

1. úsečka  $BC$ ,  $|BC| = a = 6 \text{ cm}$ .
2. polopřímka  $CX$ ,  $|\sphericalangle ACX| = \gamma = 60^\circ$
3. přímka  $p$ ,  $p \parallel BC$  ve vzdálenosti  $v_c = 4 \text{ cm}$ .
4. bod  $A$ ,  $A = CX \cap p$
5. trojúhelník  $ABC$

### Konstrukce



### Zkouška správnosti

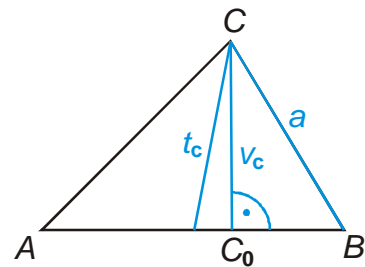
Výsledek odpovídá zadání.

### Diskuse

Příklad má vždy jedno řešení (přímka  $p$  se protne s polopřímkou  $CX$  vždy v jednom bodě).

**Př. 3:** Sestroj trojúhelník  $ABC$ , je-li dáno:  $a = 5 \text{ cm}$ ,  $t_c = 4,5 \text{ cm}$ ,  $v_c = 4 \text{ cm}$ .

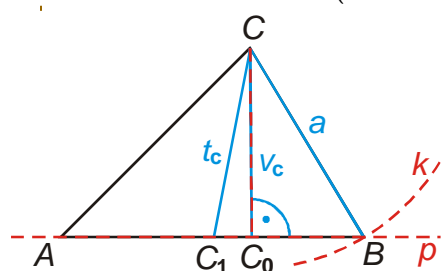
### Rozbor



Narýsujeme úsečku  $CC_0$ ,  $|CC_0| = v_c = 4 \text{ cm}$ . Hledáme bod  $B$ :

- leží na přímce  $p$ , která je kolmá na úsečku  $CC_0$  (kvůli kolmosti výšky  $v_c$  na stranu  $B$ ),

- leží na kružnici  $k(C; 6 \text{ cm})$  (kvůli straně  $a$ ).

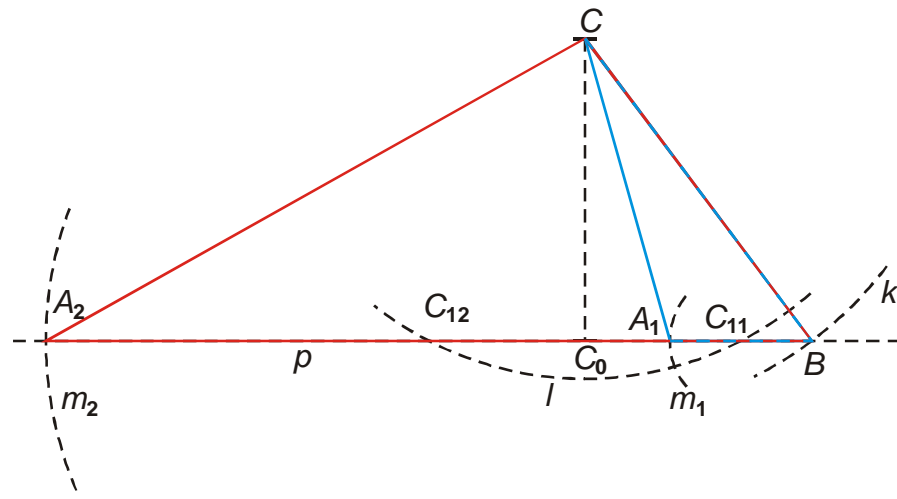


Poté najdeme na přímce  $p$  i bod  $C_1$  a s jeho pomocí bod  $A$ .

### Postup konstrukce

1. úsečka  $CC_0$ ,  $|CC_0| = v_c = 4 \text{ cm}$ .
2. přímka  $p$ ,  $C_0 \in p$ ;  $p \perp CC_0$
3. kružnice  $k(C; a = 5 \text{ cm})$
4. bod  $B$ ,  $B = k \cap p$
5. kružnice  $l(C; t_c = 4,5 \text{ cm})$
6. bod  $C_1$ ,  $C_1 = l \cap p$
7. kružnice  $m(C_1; |C_1B|)$
8. bod  $A$ ,  $A = m \cap p$
9. trojúhelník  $ABC$

### Konstrukce



### Zkouška správnosti

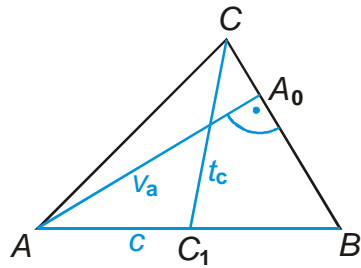
Výsledek odpovídá zadání.

### Diskuse

Příklad má dvě řešení (pokud je délky těžnice  $t_c$  a strany  $a$  větší než velikost výšky  $v_c$  a velikost strany  $a$  se nerovná délce těžnice  $t_c$ ). Pokud je délka těžnice  $t_c$  shodná s velikostí výšky  $v_c$  a velikost strany  $a$  se nerovná délce těžnice  $t_c$ , je řešení pouze jedno.

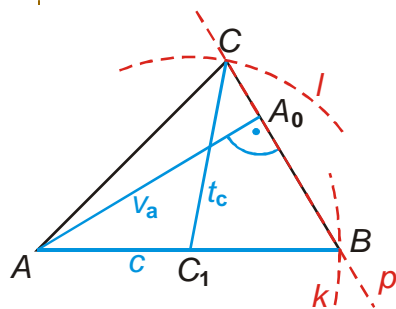
**Př. 4:** Sestroj trojúhelník  $ABC$ , je-li dáno:  $c = 7 \text{ cm}$ ,  $t_c = 5 \text{ cm}$ ,  $v_a = 4 \text{ cm}$ .

**Rozbor**



Narýsujeme úsečku  $AA_0$ ,  $|AA_0| = v_a = 4 \text{ cm}$ . Hledáme bod  $B$ :

- leží na přímce  $p$ , která je kolmá na úsečce  $AA_0$  (kvůli kolmosti výšky  $v_a$  na stranu  $a$ ),
- leží na kružnici  $k(A; 7 \text{ cm})$  (kvůli straně  $c$ ).

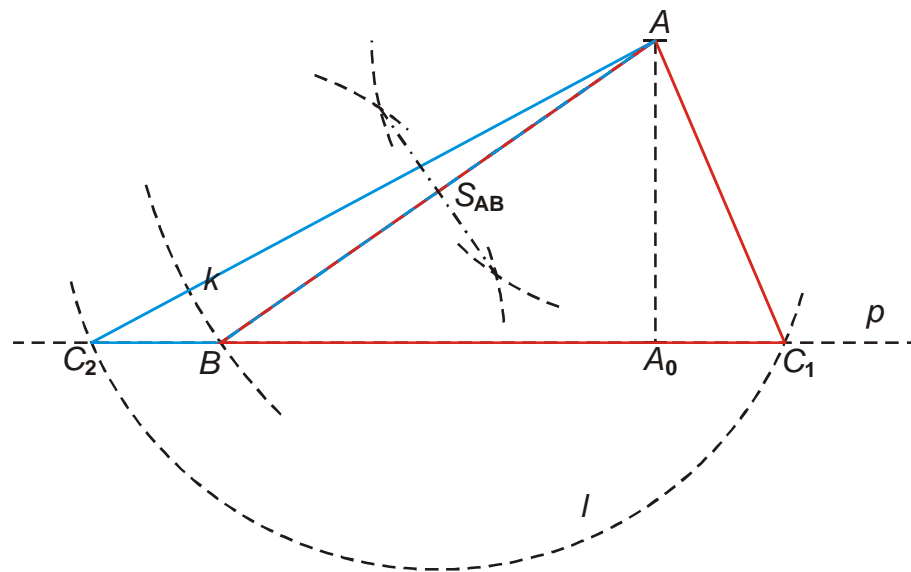


Vrchol  $C$  najdeme na přímce  $p$  pomocí kružnice  $l(S_{AB}; t_c = 5 \text{ cm})$ .

**Postup konstrukce**

1. úsečka  $AA_0$ ,  $|AA_0| = v_a = 4 \text{ cm}$ .
2. přímka  $p$ ,  $A_0 \in p$ ;  $p \perp AA_0$
3. kružnice  $k(A; c = 7 \text{ cm})$
4. bod  $B$ ,  $B = k \cap p$
5. kružnice  $l(S_{AB}; t_c = 5 \text{ cm})$
6. bod  $C$ ,  $C = l \cap p$
9. trojúhelník  $ABC$

**Konstrukce**



**Zkouška správnosti**

Výsledek odpovídá zadání.

**Diskuse**

Příklad má dvě řešení.

**Shrnutí:** V příkladech, ve kterých známe výšku se často vyplatí rýsovat nejdříve ji.