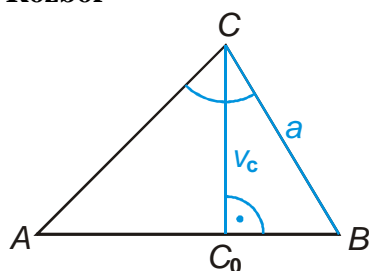


3.3.13 Konstrukce trojúhelníků III

Předpoklady: 030212

Př. 1: Sestroj trojúhelník ABC , jeli dáno $a = 6 \text{ cm}$, $v_c = 4 \text{ cm}$, $\gamma = 110^\circ$.

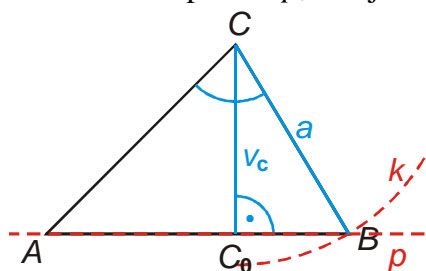
Rozbor



Narýsujeme úsečku CC_0 , $|CC_0| = v_c = 4 \text{ cm}$. Hledáme bod B :

- výška v_c je kolmá na stranu $c \Rightarrow$ leží na přímce p , která prochází bodem C_0 a je kolmá na úsečku CC_0 ,
- známe délku strany $a \Rightarrow$ bod B leží na kružnici $k(C; a = 6 \text{ cm})$.

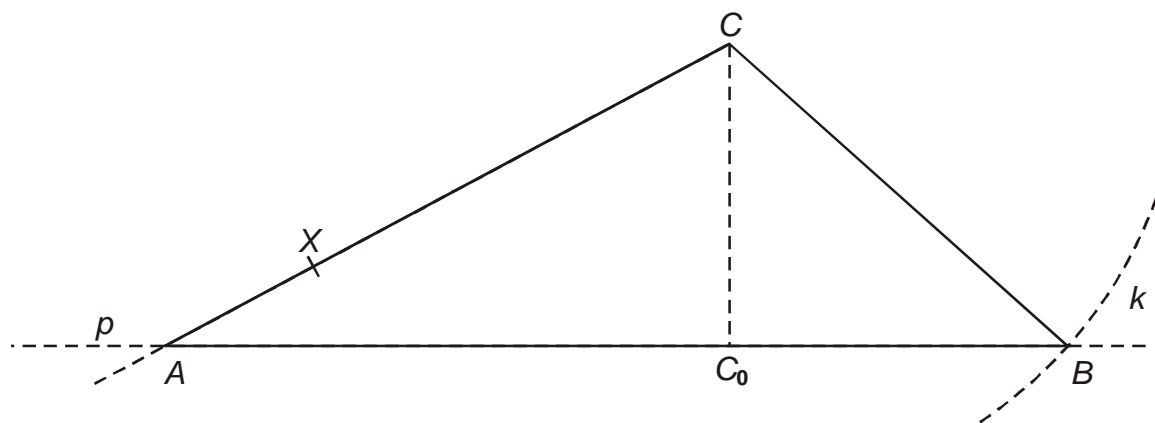
Bod A leží na přímce p , kde jeho polohu najdeme pomocí úhlu γ .



Postup konstrukce

1. úsečka CC_0 , $|CC_0| = v_c = 4 \text{ cm}$.
2. kružnice $k(C; a = 6 \text{ cm})$
3. přímka p , $p \perp CC_0$, $C_0 \in p$.
4. bod B , $B = k \cap p$
5. X , $|\sphericalangle BCX| = \gamma = 110^\circ$.
6. bod A , $A = \text{přímka } CX \cap p$
7. trojúhelník ABC

Konstrukce



Zkouška správnosti

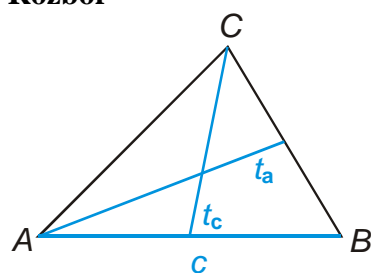
Výsledek odpovídá zadání (u obou trojúhelníků souhlasí všechny tři zadané velikosti).

Diskuse

Příklad má jedno řešení (polopřímka CX se s přímkou p protne v jednom bodu).

Př. 2: Sestroj trojúhelník ABC , je-li dáno: $c = 7$ cm, $t_a = 4,8$ cm, $t_c = 4,5$ cm.

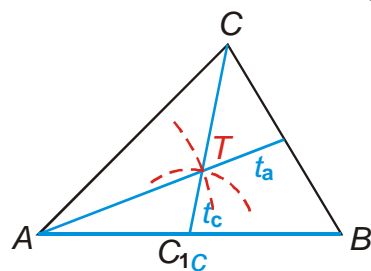
Rozbor



Nemůžeme rýsovat přímo trojúhelník ABC , ale více, jakým způsobem se dělí těžnice v těžišti. Hledáme těžiště (sestrojujeme trojúhelník AC_1T):

- část těžnice od těžiště ke středu strany představuje třetinu její délky \Rightarrow od T leží na kružnici $k\left(C_1; \frac{1}{3}t_c\right)$,
- část těžnice od těžiště k vrcholu představuje dvě třetiny její délky \Rightarrow od T leží na kružnici $l\left(A; \frac{2}{3}t_a\right)$.

Bod C leží na polopřímce C_1T .



Postup konstrukce

1. úsečka AB , $|AB| = c = 7$ cm.

2. kružnice $k\left(S_{AB}; \frac{1}{3}t_c = 1,5 \text{ cm}\right)$

3. kružnice $l\left(A; \frac{2}{3}t_a = 3,2 \text{ cm}\right)$

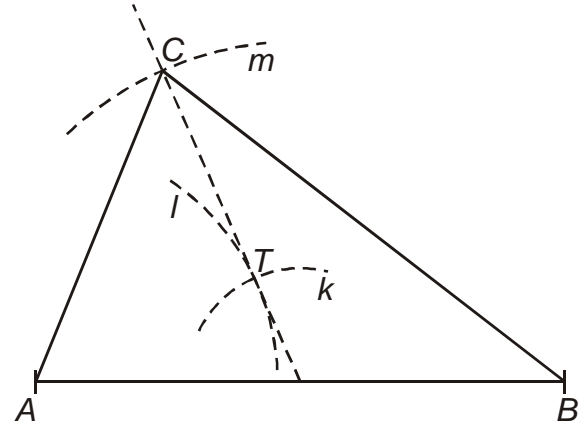
4. bod $T, T = k \cap l$

5. kružnice $m(S_{AB}; t_c = 4,5 \text{ cm})$

6. bod $C, C \Rightarrow C_1T \cap m$

7. trojúhelník ABC

Konstrukce



Zkouška správnosti

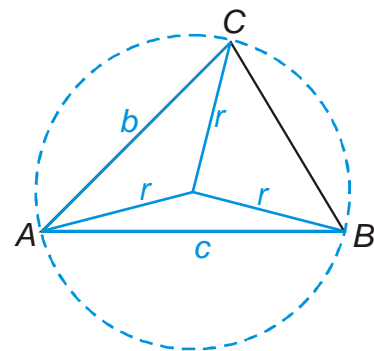
Výsledek odpovídá zadání (u obou trojúhelníků souhlasí všechny tři zadané velikosti).

Diskuse

Příklad má jedno řešení.

Př. 3: Sestroj trojúhelník ABC , je-li dáno: $c = 5 \text{ cm}$, $b = 4 \text{ cm}$, $r = 3,5 \text{ cm}$.

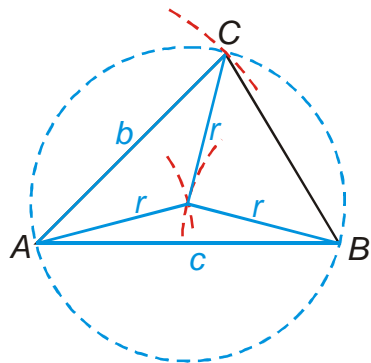
Rozbor



Narýsujeme stranu AB . Střed kružnice opsané je od bodů A, B vzdálen $r \Rightarrow$ najdeme ho pomocí dvou kružnic.

Hledáme vrchol C :

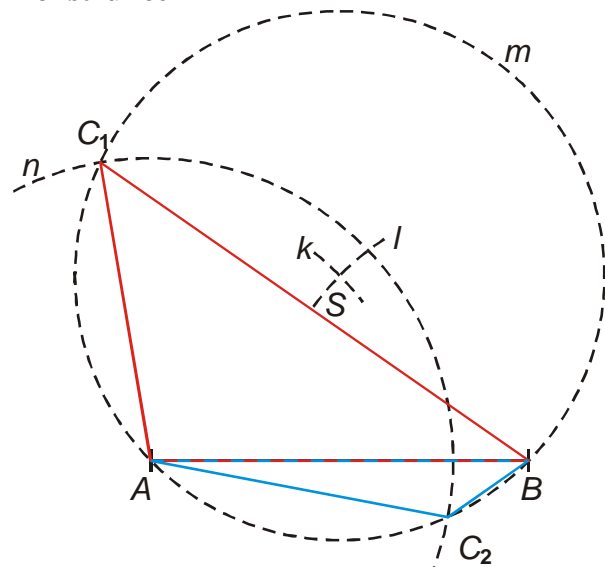
- leží na kružnici opsané \Rightarrow leží na kružnici $m(S; r)$,
- známe délku strany $b \Rightarrow$ leží na kružnici $n(A; b)$.



Postup konstrukce

1. úsečka AB , $|AB| = c = 5 \text{ cm}$.
2. kružnice $k(A; r = 3,5 \text{ cm})$
3. kružnice $l(B; r = 3,5 \text{ cm})$
4. bod S , $S = k \cap l$
5. kružnice $m(S; r = 3,5 \text{ cm})$
6. kružnice $n(A; b = 4 \text{ cm})$
7. bod C , $C = m \cap n$
8. trojúhelník ABC

Konstrukce



Zkouška správnosti

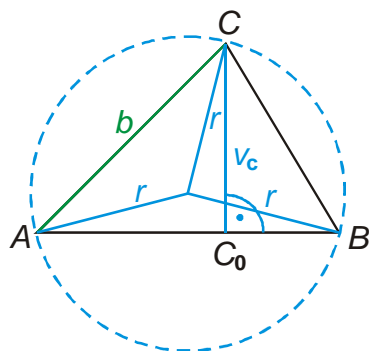
Výsledek odpovídá zadání (u obou trojúhelníků souhlasí všechny tři zadané velikosti).

Diskuse

Příklad má dvě řešení, protože kružnice m a n se protnou ve dvou bodech.

Př. 4: Je dána úsečka AC , $|AC| = 5 \text{ cm}$. Najdi všechny trojúhelníky ABC tak, aby platilo:
 $v_c = 4 \text{ cm}$, $r = 3 \text{ cm}$.

Rozbor



Narýsujeme stranu AC . Střed kružnice opsané je od bodů A, C vzdálen $r \Rightarrow$ najdeme ho pomocí dvou kružnic.

O vrcholu B máme pouze jednu informaci (leží na kružnici opsané) \Rightarrow nemůžeme ho nalézt přímo.

Můžeme nalézt bod C_0 :

- úhel CC_0A je pravý \Rightarrow leží na kružnici $t\left(S_{AC}; \left|\frac{AC}{2}\right|\right)$,
- známe délku výšky $v_c \Rightarrow$ leží na kružnici $n(C; v_c)$.

Bod B na kružnici opsané prodloužením polopřímky AC_0 .

Postup konstrukce

1. úsečka AC , $|AC| = b = 5$ cm.

2. kružnice $k(A; r = 3$ cm)

3. kružnice $l(C; r = 3$ cm)

4. bod S , $S = k \cap l$

5. kružnice $m(S; r = 3$ cm)

6. kružnice $t\left(S_{AC}; \left|\frac{AC}{2}\right|\right)$

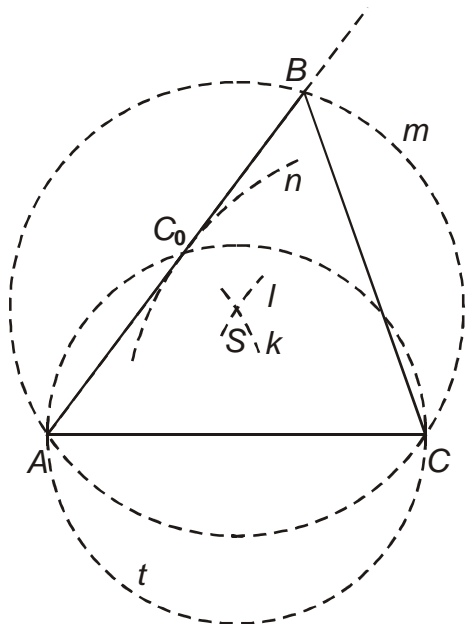
7 kružnice $n(C; v_c = 4$ cm)

8 bod C_0 , $C_0 = t \cap n$

9 bod B , $B = \text{prodloužení } AC_0 \cap n$

10. trojúhelník ABC

Konstrukce



Zkouška správnosti

Výsledek odpovídá zadání (u obou trojúhelníků souhlasí všechny tři zadané velikosti).

Diskuse

Příklad má jedno řešení, protože kružnice k se s polopřímkou AC_0 protne v jediném novém bodu (druhým je vrchol A).

Shrnutí: