

3.7.6 Dělení jednočlenem

Předpoklady: 030705

Př. 1: Vypočti.

a) $(x-6)^2$

b) $(3b+7)^2$

c) $3y(2-4y)-(y+3)^2$

d) $(2x-1)^2-(x+3)(2-3x)$

a) $(x-6) = x^2 - 2 \cdot x \cdot 6 + 6^2 = x^2 - 12x + 36$

b) $(3b+7)^2 = (3b)^2 + 2 \cdot 3b \cdot 7 + 7^2 = 9b^2 + 42b + 49$

c) $3y(2-4y)-(y+3)^2 = 6y-12y^2-(y^2+6y+9) = -13y^2-9$

d) $(2x-1)^2-(x+3)(2-3x) = (2x)^2 - 2 \cdot 2x \cdot 1 + 1^2 - (2x-3x^2+6-9x) =$
 $= -4x^2 - 4x + 1 - (-3x^2 - 7x + 6) = -x^2 + 3x - 5$

Pedagogická poznámka: Většina chyb je v bodech c) a d) a opět pramení z nezapsání odečítané části výrazu do závorky.

Pedagogická poznámka: Následující příklad je zábava pro rychlejší část třídy, se zbytkem ji přeskakujeme a pokračujeme rovnou příkladem 3.

Př. 2: Vypočti $(x-2)^3-(x-3)(x-1)^2$.

$$\begin{aligned} (x-2)^3-(x-3)(x-1)^2 &= (x-2)(x-2)^2-(x-3)(x^2-2x+1) = \\ &= (x-2)(x^2-4x+4)-(x^3-2x^2+x-3x^2+6x-3) = \\ &= (x^3-4x^2+4x-2x^2+8x-8)-(x^3-5x^2+7x-3) = \\ &= x^3-6x^2+12x-8-x^3+5x^2-7x+3 = -x^2+5x-5 \end{aligned}$$

Př. 3: Jaký je výsledek výpočtu: $3:4$? Co znamená zápis $\frac{2}{7}$?

$3:4 = \frac{3}{4}$ (tři celky rozdělíme na čtyři stejné části, tak, že každý celek rozdělíme na čtyři čtvrtiny a na každou část dáme tři čtvrtinové kousky \Rightarrow každá část bude obsahovat tři čtvrtiny).

$\frac{2}{7}$ představuje dvě sedminy, jde o zápis výsledku dělení $2:7$.

Př. 4: Vypočti. Výsledek uveď v základním tvaru.

a) $12:9$

b) $20:15$

c) $56:48$

d) $90:75$

a) $12:9 = \frac{12}{9} = \frac{4}{3}$

b) $20:15 = \frac{20}{15} = \frac{4}{3}$

c) $56:48 = \frac{56}{48} = \frac{7 \cdot 8}{6 \cdot 8} = \frac{7}{6}$

d) $90:75 = \frac{90}{75} = \frac{5 \cdot 18}{5 \cdot 15} = \frac{18}{15} = \frac{6}{5}$

Př. 5: Vypočti. a) $a^7 : a^4$

b) $21a^7 : 7a^6$

c) $12a^5 : 4a^2$

d) $6a^3 : 12a^4$

e) $4a^3 : 6a$

f) $36a^5 : 24a^7$

a) $a^7 : a^4 = \frac{a^7}{a^4} = a^{7-4} = a^3$

b) $21a^7 : 7a^6 = \frac{21a^7}{7a^6} = 3a$

c) $12a^5 : 4a^2 = \frac{12a^5}{4a^2} = 3a^3$

d) $6a^3 : 12a^4 = \frac{6a^3}{12a^4} = \frac{1}{2a}$

e) $4a^3 : 6a = \frac{4a^3}{6a} = \frac{2a^2}{3} = \frac{2}{3}a^2$

f) $36a^5 : 24a^7 = \frac{36a^5}{24a^7} = \frac{4 \cdot 9}{4 \cdot 6 \cdot a^2} = \frac{9}{6a^2} = \frac{3}{2a^2}$

Pedagogická poznámka: Jen málo žáků píše odečítání exponentů (což nepovažují za problém, většina z nich totiž vidí v úpravě krácení, což je lepší varianta). V bodě

d) se některých podaří vykrátit zlomek takto $6a^3 : 12a^4 = \frac{6a^3}{12a^4} = \frac{nic}{2a} = 2a$. V

takovém případě je nechám vypočítat obrácený příklad $12a^4 : 6a^3$ (měl by vyjít

jinak), případě se vrátíme k jednoduchým zlomkům $\frac{2}{4} = \frac{1}{2}$ (to rozhodně nejsou 2).

Př. 6: Vyděl $(5x^3 - 2x^2 + 3x) : x$.

Podobný příklad jsme ještě neřešili. Mnohočlen $5x^3 - 2x^2 + 3x$ tvoří tři sečtené části \Rightarrow každou můžeme rozdělit samostatně (stejně můžeme rozdělovat ovoce - nejdříve rozdělíme jablka, pak banány, pak pomeranče, ...).

$$(5x^3 - 2x^2 + 3x) : x = \frac{5x^3 - 2x^2 + 3x}{x} = \frac{5x^3}{x} - \frac{2x^2}{x} + \frac{3x}{x} = 5x^2 - 2x + 3$$

Pedagogická poznámka: Část žáků rozdělí dělenec sama, ostatním je to třeba ukázat, ale ne

rovnou. Vzpomeneme na složená čísla: $\frac{12}{5} = \frac{10+2}{5} = \frac{10}{5} + \frac{2}{5} = 2 + \frac{2}{5} = 2\frac{2}{5}$ i na

prosté rozdělování na hromádky: $55 : 5 = 50 : 5 + 15 : 5 = 10 + 3 = 13$.

Př. 7: Vypočti. a) $(4x^2 + 3x) : x$

b) $(12a^3 - 6a^2 + 9a) : 3a$

c) $(3x^4 + 5x^3 - 3x^2 + 12) : 9x^2$

d) $(10y^5 - 20y^4 + 12y^2 - 4) : 4y$

$$\text{a) } (4x^2 + 3x) : x = \frac{4x^2 + 3x}{x} = \frac{4x^2}{x} + \frac{3x}{x} = 4x + 3$$

$$\text{b) } (12a^3 - 6a^2 + 9a) : 3a = \frac{12a^3 - 6a^2 + 9a}{3a} = \frac{12a^3}{3a} - \frac{6a^2}{3a} + \frac{9a}{3a} = 4a^2 - 2a + 3$$

$$\text{c) } (3x^4 + 5x^3 - 3x^2 + 12) : 9x^2 = \frac{3x^4}{9x^2} + \frac{5x^3}{9x^2} - \frac{3x^2}{9x^2} + \frac{12}{9x^2} = \frac{x^2}{3} + \frac{5}{9}x - \frac{1}{3} + \frac{4}{3x^2}$$

$$\text{d) } (10y^5 - 20y^4 + 12y^2 - 4) : 4y = \frac{10y^5 - 20y^4 + 12y^2 - 4}{4y} = \frac{10y^5}{4y} - \frac{20y^4}{4y} + \frac{12y^2}{4y} - \frac{4}{4y} = \\ = \frac{5}{2}y^4 - 5y^3 + 3y - \frac{1}{y}$$

Pedagogická poznámka: Snažím se, aby si žáci zopakovali písemné dělení pod sebe, proto pomalejší nechávám následující příklad přeskočit.

Př. 8: n rohlíků stojí k Kč. Kolik Kč bude stát a rohlíků?

Přímá úměrnost

n rohlíků ... k Kč
 a rohlíků ... x Kč

$$\frac{x}{a} = \frac{k}{n} \quad / \cdot a \quad \text{Cena jednoho rohlíku se nemění.}$$
$$x = \frac{k}{n} \cdot a$$

a rohlíků bude stát $\frac{k}{n} \cdot a$ Kč.

Př. 9: Vyděl písemně pod sebe. a) $1185 : 3$

b) $7618 : 4$

$$1185 : 3 = 395$$

a)
$$\begin{array}{r} 28 \\ 15 \\ 0 \end{array}$$

$$7618 : 4 = 1904 \quad (\text{z.b. 2})$$

b)
$$\begin{array}{r} 36 \\ 01 \\ 018 \\ 2 \end{array}$$

Př. 10: 6 původních balení po a litrech oleje vystačilo na 3 m dní. Na kolik dní vystačí 4 nová balení po b litrech oleje, pokud se denní spotřeba oleje nemění?

Jde o přímo úměrnost, čím více oleje, tím větší počet dní vydrží.

$6a$ litrů ... $3m$ dní
 $4b$ litrů ... x dní

$$\frac{x}{4b} = \frac{3m}{6a} \quad / \cdot 4b \quad (\text{denní spotřeba se nemění})$$

$$x = \frac{3m}{6a} \cdot 4b = \frac{2mb}{a}$$

4 nová balení po b litrech oleje vydrží $\frac{2mb}{a}$.

Pedagogická poznámka: Následující příklad je domácí úkol na procvičení.

Př. 11: Vypočti. a) $(3y^3 - 2y^2 + 5y) : y$

b) $(14x^4 - 4x^3 + 2x) : 2x$

c) $(5x^4 - 10x^3 + 5x^2 + 3x - 30) : 15x$

d) $(24a^5 - 6a^3 + 8a^2 - 16) : 12a^3$

$$\text{a) } (3y^3 - 2y^2 + 5y) : y = \frac{3y^3 - 2y^2 + 5y}{y} = \frac{3y^3}{y} - \frac{2y^2}{y} + \frac{5y}{y} = 3y^2 - 2y + 5$$

$$\text{b) } (14x^4 - 4x^3 + 2x) : 2x = \frac{14x^4 - 4x^3 + 2x}{2x} = \frac{14x^4}{2x} - \frac{4x^3}{2x} + \frac{2x}{2x} = 7x^3 - 2x^2 + 1$$

$$\text{c) } (5x^4 - 10x^3 + 5x^2 + 3x - 30) : 15x = \frac{5x^4 - 10x^3 + 5x^2 + 3x - 30}{15x} = \\ = \frac{5x^4}{15x} - \frac{10x^3}{15x} + \frac{5x^2}{15x} + \frac{3x}{15x} - \frac{30}{15x} = \frac{x^3}{3} - \frac{2}{3}x^2 + \frac{x}{3} + \frac{1}{5} - \frac{2}{x}$$

$$\text{d) } (24a^5 - 6a^3 + 8a^2 - 16) : 12a^3 = \frac{24a^5 - 6a^3 + 8a^2 - 16}{12a^3} = \frac{24a^5}{12a^3} - \frac{6a^3}{12a^3} + \frac{8a^2}{12a^3} - \frac{16}{12a^3} = \\ = 2a^2 - \frac{1}{2} + \frac{2}{3a} - \frac{4}{3a^3}$$

Shrnutí: Mnohočlen dělíme jednočlenem tak, že vzniklý zlomek rozdělíme zlomky, které mají v čitateli jednočlen. Jednotlivé zlomky pokrátíme.