

3.7.13 Společný činitel

Předpoklady: 030712

Pedagogická poznámka: Hodina obsahuje látku tak na 20 minut, zbytek času využíváme na písémku.

Př. 1: Vypočti.

a) $(2x - y)^2$

b) $(3a^2 - 2b)^2$

c) $(-2cd + c^2)^2$

a) $(2x - y)^2 = (2x)^2 - 2 \cdot 2x \cdot y + y^2 = 4x^2 - 4xy + y^2$

b) $(3a^2 - 2b)^2 = (3a^2)^2 - 2 \cdot 3a^2 \cdot 2b + (2b)^2 = 9a^4 - 12a^2b + 4b^2$

c) $(-2cd + c^2)^2 = (-2cd)^2 + 2(-2cd) \cdot c^2 + (c^2)^2 = 4c^2d^2 - 4c^3d + c^4$

Př. 2: Najdi prvočíselný rozklad čísel 12, 36, 48, 54.

$12 = 4 \cdot 3 = 2 \cdot 2 \cdot 3 = 2^2 \cdot 3$

$36 = 6 \cdot 6 = 2 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 3 = 2^2 \cdot 3^2$

$48 = 6 \cdot 8 = 2 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 = 2^4 \cdot 3$

$54 = 6 \cdot 9 = 2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 = 2 \cdot 3^3$

Př. 3: Najdi: a) $D(30, 45)$ b) $D(54, 48)$ c) $D(24, 18, 42)$.

Zformuluj postup pro hledání společného dělitele.

a) $D(30, 45)$

• $30 = 5 \cdot 6 = 5 \cdot 2 \cdot 3 = 2 \cdot 3 \cdot 5$

• $45 = 5 \cdot 9 = 5 \cdot 3 \cdot 3 = 3^2 \cdot 5$

$D(30, 45) = 3 \cdot 5 = 15$

b) $D(54, 48)$

• $54 = 6 \cdot 9 = 2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 = 2 \cdot 3^3$

• $48 = 6 \cdot 8 = 2 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 = 2^4 \cdot 3$

$D(54, 48) = 2 \cdot 3 = 6$

c) $D(24, 18, 42)$

• $24 = 4 \cdot 6 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3 = 2^3 \cdot 3$

• $18 = 6 \cdot 3 = 2 \cdot 3 \cdot 3 = 2 \cdot 3^2$

• $42 = 6 \cdot 7 = 2 \cdot 3 \cdot 7$

$D(24, 18, 42) = 2 \cdot 3 = 6$

Čísla rozložíme na prvočíselný rozklad a vybereme činitele, které jsou ve všech rozkladech společné.

Př. 4: Analogií největšího společného dělitele je u jednočlenů největší společný činitel. Najdi největšího společného činitele jednočlenů.

a) $2x^2y$, $4xy$ b) $10a^2b^2c$, $15ab^2$ c) $6x^2y^2$, $9xy^3$, $12x^3y^3$

Největší společný dělitel musí dělit čísla, pro která ho hledáme \Rightarrow musí být obsažen ve všech rozkladech \Rightarrow vytvoříme rozklady a vybereme z nich společné části (nejnižší mocninu každého prvočísla, které se vyskytuje ve všech rozkladech).

U jednočlenů můžeme postupovat podobně, kromě čísel budeme pracovat i s proměnnými.

a) $2x^2y = 2 \cdot x \cdot x \cdot y$

$4xy = 2 \cdot 2 \cdot x \cdot y$

Největší společný činitel: $2 \cdot x \cdot y = 2xy$

b) $10a^2b^2c$, $15ab^2$

$10a^2b^2c = 2 \cdot 5 \cdot a \cdot a \cdot b \cdot b \cdot c$

$15ab^2 = 3 \cdot 5 \cdot a \cdot b \cdot b$

Největší společný činitel: $5 \cdot a \cdot b \cdot b = 5ab^2$

c) $6x^2y^2$, $9xy^3$, $12x^3y^3$

$6x^2y^2 = 2 \cdot 3 \cdot x \cdot x \cdot y \cdot y$

$9xy^3 = 3 \cdot 3 \cdot x \cdot y \cdot y \cdot y$

$12x^3y^3 = 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot x \cdot x \cdot x \cdot y \cdot y \cdot y$

Největší společný činitel: $3 \cdot x \cdot y \cdot y = 3xy^2$

Pedagogická poznámka: Velký počet žáků vynechává rozklady a hledá výsledek přímo v mocninách proměnných. Nebráním tomu, naopak se to snažím podporovat.

Př. 5: Sestav co nejefektivnější postup hledání největšího společného činitele jednočlenů.

Najdeme největšího společného dělitele koeficientů („čísel před proměnnými).

Vypíšeme proměnné, které se vyskytují u všech jednočlenů a ke každé napíšeme nejmenší z mocnin.

Př. 6: Najdi největšího společného činitele jednočlenů $3x^3yz^4$, $2x^4y^5z$, $12x^5yz^4$.

Nemá cenu rozkládat koeficient u posledního členu (první dva členy mají koeficienty 2 a 3 a jejich největší společný dělitel je tedy 1).

Největší společný činitel: x^3yz .

Shrnutí: Analogií největšího společného dělitele pro jednočleny je největší společný činitel.