

### 3.7.13 Společný činitel

**Předpoklady:** 030712

**Pedagogická poznámka:** Hodina obsahuje látku tak na 20 minut, zbytek času využíváme na písemku.

**Př. 1:** Vypočti.

a)  $(2x - y)^2$

b)  $(3a^2 - 2b)^2$

c)  $(-2cd + c^2)^2$

a)  $(2x - y)^2 = (2x)^2 - 2 \cdot 2x \cdot y + y^2 = 4x^2 - 4xy + y^2$

b)  $(3a^2 - 2b)^2 = (3a^2)^2 - 2 \cdot 3a^2 \cdot 2b + (2b)^2 = 9a^4 - 12a^2b + 4b^2$

c)  $(-2cd + c^2)^2 = (-2cd)^2 + 2(-2cd) \cdot c^2 + (c^2)^2 = 4c^2d^2 - 4c^3d + c^4$

**Př. 2:** Najdi prvočíselný rozklad čísel 12, 36, 48, 54.

$$12 = 4 \cdot 3 = 2 \cdot 2 \cdot 3 = 2^2 \cdot 3$$

$$36 = 6 \cdot 6 = 2 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 3 = 2^2 \cdot 3^2$$

$$48 = 6 \cdot 8 = 2 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 = 2^4 \cdot 3$$

$$54 = 6 \cdot 9 = 2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 = 2 \cdot 3^3$$

**Př. 3:** Najdi: a)  $D(30, 45)$       b)  $D(54, 48)$       c)  $D(24, 18, 42)$ .

Zformuluj postup pro hledání společného dělitele.

a)  $D(30, 45)$

- $30 = 5 \cdot 6 = 5 \cdot 2 \cdot 3 = 2 \cdot 3 \cdot 5$

- $45 = 5 \cdot 9 = 5 \cdot 3 \cdot 3 = 3^2 \cdot 5$

$$D(30, 45) = 3 \cdot 5 = 15$$

b)  $D(54, 48)$

- $54 = 6 \cdot 9 = 2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 = 2 \cdot 3^3$

- $48 = 6 \cdot 8 = 2 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 = 2^4 \cdot 3$

$$D(54, 48) = 2 \cdot 3 = 6$$

c)  $D(24, 18, 42)$

- $24 = 4 \cdot 6 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3 = 2^3 \cdot 3$

- $18 = 6 \cdot 3 = 2 \cdot 3 \cdot 3 = 2 \cdot 3^2$

- $42 = 6 \cdot 7 = 2 \cdot 3 \cdot 7$

$$D(24, 18, 42) = 2 \cdot 3 = 6$$

Čísla rozložíme na prvočíselný rozklad a vybereme činitele, které jsou ve všech rozkladech společné.

**Př. 4:** Analogií největšího společného dělitele je u jednočlenů největší společný činitel. Najdi největšího společného činitele jednočlenů.

a)  $2x^2y$ ,  $4xy$                       b)  $10a^2b^2c$ ,  $15ab^2$                       c)  $6x^2y^2$ ,  $9xy^3$ ,  $12x^3y^3$

Největší společný dělitel musí dělit čísla, pro které ho hledáme  $\Rightarrow$  musí být obsažen ve všech rozkladech  $\Rightarrow$  vytvoříme rozklady a vybereme z nich společné části (nejnižší mocninu každého prvočísla, které se vyskytuje ve všech rozkladech).

U jednočlenů můžeme postupovat podobně, kromě čísel budeme pracovat i s proměnnými.

a)  $2x^2y = 2 \cdot x \cdot x \cdot y$

$4xy = 2 \cdot 2 \cdot x \cdot y$

Největší společný činitel:  $2 \cdot x \cdot y = 2xy$

b)  $10a^2b^2c$ ,  $15ab^2$

$10a^2b^2c = 2 \cdot 5 \cdot a \cdot a \cdot b \cdot b \cdot c$

$15ab^2 = 3 \cdot 5 \cdot a \cdot b \cdot b$

Největší společný činitel:  $5 \cdot a \cdot b \cdot b = 5ab^2$

c)  $6x^2y^2$ ,  $9xy^3$ ,  $12x^3y^3$

$6x^2y^2 = 2 \cdot 3 \cdot x \cdot x \cdot y \cdot y$

$9xy^3 = 3 \cdot 3 \cdot x \cdot y \cdot y \cdot y$

$12x^3y^3 = 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot x \cdot x \cdot x \cdot y \cdot y \cdot y$

Největší společný činitel:  $3 \cdot x \cdot y \cdot y = 3xy^2$

**Pedagogická poznámka:** Velký počet žáků vynechává rozklady a hledá výsledek přímo v mocninách proměnných. Nebráním tomu, naopak se to snažím podporovat.

**Př. 5:** Sestav co nejefektivnější postup hledání největšího společného činitele jednočlenů.

Najdeme největšího společného dělitele koeficientů („čísel před proměnnými).

Vypíšeme proměnné, které se vyskytují u všech jednočlenů a ke každé napíšeme nejmenší z mocnin.

**Př. 6:** Najdi největšího společného činitele jednočlenů  $3x^3yz^4$ ,  $2x^4y^5z$ ,  $12x^5yz^4$ .

Nemá cenu rozkládat koeficient u posledního členu (první dva členy mají koeficienty 2 a 3 a jejich největší společný dělitel je tedy 1).

Největší společný činitel:  $x^3yz$ .

**Shrnutí:** Analogií největšího společného dělitele pro jednočleny je největší společný činitel.