

3.4.18 Rozklad na součin V (shrnutí)

Předpoklady: 030417

Př. 1: Rozlož na součin trojčleny.

a) $a^2 + 11a + 28$

b) $x^2 - 6x + 8$

c) $x^2 - 3x - 10$

a) $a^2 + 11a + 28 = (a + 7)(a + 4)$

b) $x^2 - 6x + 8 = (x - 4)(x - 2)$

c) $x^2 - 3x - 10 = (x - 5)(x + 2)$

Př. 2: Sepiš postupy, které využíváme k rozkládání mnohočlenů na součin.

- Vytýkání před závorku,
- použití vzorců:
 - $a^2 + 2ab + b^2 = (a + b)^2$,
 - $a^2 - 2ab + b^2 = (a - b)^2$,
 - $a^2 - b^2 = (a + b)(a - b)$
- rozklad trojčlenu $x^2 + 3x + 2 = (x + 2)(x + 1)$ (pokud trojčlen má nejvyšší mocninu ve členu x^2 , hledáme čísla se součinem 2 a součtem 3),
- postupné vytýkání (v prvním kroku vytvoříme dva stejné dvojčleny, které v druhém kroku vytkneme),
- vhodné rozložení některého členu na součet dvou členů,
- kombinace libovolných předchozích možností (provedením jednoho z uvedených postupů se může ukázat, že na zbytek je možné použít další z postupů a získat tak složitější rozklad).

Př. 3: Které mnohočleny nedokážeme rozložit?

Mnohočleny, které mají tvar $x^2 + 1$. Místo x^2 může být druhá mocnina libovolné proměnné, místo 1 libovolné kladné číslo.

Př. 4: Rozlož mnohočleny na součin.

a) $6a^2 + 9a^2b$

b) $4x^2 - 1$

c) $9a^2 - 6a + 1$

d) $a^2 + 4a - 21$

e) $12x^2 - 9xy + 15x$

f) $2b^2 + ab + 2bc + ac$

a) $6a^2 + 9a^2b = 3a^2(2 + 3b)$

b) $4x^2 - 1 = (2x)^2 - 1 = (2x - 1)(2x + 1)$

$$c) 9a^2 - 6a + 1 = (3a)^2 - 2 \cdot 3a + 1^2 = (3a + 1)^2$$

$$d) a^2 + 4a - 21 = (a + 7)(a - 3)$$

$$e) 12x^2 - 9xy + 15x = 3x(4x - 3y + 5)$$

$$f) 2b^2 + ab + 2bc + ac = 2b^2 + 2bc + ab + ac = 2b(b + c) + a(b + c) = (b + c)(2b + a)$$

Př. 5: Rozlož mnohočleny na součin.

$$a) a^2 - 3$$

$$b) 4a^2 - 12a - 16$$

$$c) 2x^3 - 8x$$

$$d) a^3 - 3a^2 - 4a + 12$$

$$e) 3x^2y + 6xy - 24y$$

$$f) 4a^2 - 8ab + 4b^2 - 9c^2$$

$$a) a^2 - 3 = a^2 - (\sqrt{3})^2 = (a - \sqrt{3})(a + \sqrt{3})$$

$$b) 4a^2 - 12a - 16 = 4(a^2 - 3a - 4) = 4(a - 4)(a + 1)$$

$$c) 2x^3 - 8x = 2x(x^2 - 4) = 2x(x - 2)(x + 2)$$

$$d) a^3 - 3a^2 - 4a + 12 = a^2(a - 3) - 4(a - 3) = (a - 3)(a^2 - 4) = (a - 3)(a - 2)(a + 2)$$

$$e) 3x^2y + 6xy - 24y = 3y(x^2 + 2x - 8) = 3y(x + 4)(x - 2)$$

$$f) 4a^2 - 8ab + 4b^2 - 9c^2 = 4(a^2 - 2ab + b^2) - 9c^2 = 4(a - b)^2 - 9c^2 = [2(a - b)]^2 - (3c)^2 = (2a - 2b)^2 - (3c)^2 = (2a - 2b - 3c)(2a - 2b + 3c)$$

Př. 6: Rozlož mnohočleny na součin.

$$a) 16y^4 - 81$$

$$b) 2a^2b + 8ab + 8b$$

$$c) x^2y^2 - 4x^2 - 9y^2 + 36$$

$$a) 16y^4 - 81 = (4y^2)^2 - 9^2 = (4y^2 - 9)(4y^2 + 9) = [(2y)^2 - 9](4y^2 + 9) = (2y - 3)(2y + 3)(4y^2 + 9)$$

$$b) 2a^2b + 8ab + 8b = 2b(a^2 + 4a + 4) = 2b(a + 2)^2$$

$$c) x^2y^2 - 4x^2 - 9y^2 + 36 = x^2(y^2 - 4) - 9(y^2 - 4) = (y^2 - 4)(x^2 - 9) = (y^2 - 2^2)(x^2 - 3^2) = (y - 2)(y + 2)(x - 3)(x + 3)$$

Př. 7: Rozlož mnohočleny na součin.

a) $2a^2 + 7a + 3$

b) $4y^2 - 3y - 1$

c) $3x^2 + 10x - 8$

a) $2a^2 + 7a + 3 = 2a^2 + 6a + a + 3 = 2a(a+3) + (a+3) = (a+3)(2a+1)$

b) $4y^2 - 3y - 1 = 4y^2 - 4y + y - 1 = 4y(y-1) + (y-1) = (y-1)(4y+1)$

jinak:
 $4y^2 - 3y - 1 = 4y^2 - 3y - 4 + 3 = 4y^2 - 4 - 3y + 3 = 4(y^2 - 1) - 3(y-1) =$
 $= 4(y-1)(y+1) - 3(y-1) = (y-1)[4(y+1) - 3] = (y-1)(4y+4-3) = (y-1)(4y+1)$

c) $3x^2 + 10x - 8 = 3x^2 - 2x + 12x - 8 = x(3x-2) + 4(3x-2) = (3x-2)(x+4)$

Shrnutí: