

3.5.6 Krácení lomených výrazů III

Př. 1: Zapiš podmínky a zkrat' lomené výrazy.

$$\text{a) } \frac{18x^2y}{3xy} \quad \text{b) } \frac{x+1}{(x+1)(x-2)} \quad \text{c) } \frac{2x^2}{x^2+3x} \quad \text{d) } \frac{x^2+x}{x^2+2x+1}$$

$$\text{a) } \frac{18x^2y}{3xy} = \frac{6 \cdot 3x^2y}{3xy} = 6x \quad x \neq 0; y \neq 0$$

$$\text{b) } \frac{x+1}{(x+1)(x-2)} = \frac{1}{x-2} \quad x \neq -1; 2$$

$$\text{c) } \frac{2x^2}{x^2+3x} = \frac{2x^2}{x(x+3)} = \frac{2x}{x+3} \quad x \neq -3; 0$$

$$\text{d) } \frac{x^2+x}{x^2+2x+1} = \frac{x(x+1)}{(x+1)^2} = \frac{x}{x+1} \quad x \neq -1$$

Př. 2: Pokud je možné lomené výrazy zkrátit tak, je zkrat'. Pokud zkrácení možné není, vysvětlí proč.

$$\text{a) } \frac{x(x+1)}{xy+2} \quad \text{b) } \frac{2x+4x^2}{2x} \quad \text{c) } \frac{x(x-2)}{(2-x)(2+x)} \quad \text{d) } \frac{a^2+1}{a^2(a+1)}$$

$$\text{a) } \frac{x(x+1)}{xy+2} : \text{ nejde krátit (ve jmenovateli není součin a není možné vytknout } x)$$

$$\text{b) } \frac{2x+4x^2}{2x} : \text{ v tomto tvaru není možné krátit (v čitateli není součin), výraz je možné upravit:}$$

$$\frac{2x+4x^2}{2x} = \frac{2x(1+2x)}{2x} = 1+2x$$

$$\text{c) } \frac{x(x-2)}{(2-x)(2+x)} = \frac{x(x-2)}{(-1)(x-2)(2+x)} = \frac{x}{(-1)(2+x)} = -\frac{x}{x+2}$$

$$\text{d) } \frac{a^2+1}{a^2(a+1)} : \text{ nejde krátit (mnohočlen v čitateli nejde rozložit na součin)}$$

Př. 3: Zkrot' lomené výrazy. Zapiš podmínky.

$$a) \frac{xy+3y}{x^2-9}$$

$$b) \frac{a^2+3a}{a^2+6a+9}$$

$$c) \frac{x^2-3x+2}{x-2}$$

$$d) \frac{9x^2+6x+1}{3x^2+x}$$

$$a) \frac{xy+3y}{x^2-9} = \frac{y(x+3)}{(x+3)(x-3)} = \frac{y}{x-3} \quad x \neq \pm 3$$

$$b) \frac{a^2+3a}{a^2+6a+9} = \frac{a(a+3)}{(a+3)^2} = \frac{a}{a+3} \quad a \neq -3$$

$$c) \frac{x^2-3x+2}{x-2} = \frac{(x-2)(x-1)}{x-2} = x-1 \quad x \neq 2$$

$$d) \frac{9x^2+6x+1}{3x^2+x} = \frac{(3x+1)^2}{x(3x+1)} = \frac{3x+1}{x} \quad x \neq -1; 0$$

V mnoha případech je před krácením nutné vytknout před závorku znaménko mínus a tím obrátit znaménka členů uvnitř.

Př. 4: Zkrot' lomené výrazy. Zapiš podmínky.

$$a) \frac{a-1}{2-2a}$$

$$b) \frac{x-4}{16-x^2}$$

$$c) \frac{9b^2-6b+1}{1-3b}$$

$$d) \frac{3x^2+9x}{3-x}$$

$$a) \frac{a-1}{2-2a} = \frac{a-1}{2(1-a)} = \frac{a-1}{-2(a-1)} = -\frac{1}{2} \quad a \neq 1$$

$$b) \frac{x-4}{16-x^2} = \frac{x-4}{(4-x)(4+x)} = \frac{x-4}{-(x-4)(4+x)} = -\frac{1}{x+4} \quad x \neq \pm 4$$

$$c) \frac{9b^2-6b+1}{1-3b} = \frac{(3b-1)^2}{1-3b} = \frac{(3b-1)^2}{-(3b-1)} = -(3b-1) = 1-3b \quad 1-3b \neq 0 \Rightarrow b \neq \frac{1}{3}$$

$$d) \frac{3x^2+9x}{3-x} = \frac{3x(x+3)}{3-x} = \frac{3x(x+3)}{-(x-3)} \text{ - nejde krátit.} \quad x \neq 3$$

Př. 5: Zkrot' lomené výrazy.

$$a) \frac{x^2+5x+6}{x^2+x-6}$$

$$b) \frac{x^2-7x+10}{2x^2-50}$$

$$c) \frac{x^2+2x+yx+2y}{y^2+xy+x+y}$$

$$d) \frac{4x^3+12x^2+9x}{2x^2y+2x^2+3xy+3x}$$

$$a) \frac{x^2+5x+6}{x^2+x-6} = \frac{(x+3)(x+2)}{(x+3)(x-2)} = \frac{x+2}{x-2} \quad x \neq -3; 2$$

$$\text{b) } \frac{x^2 - 7x + 10}{2x^2 - 50} = \frac{(x-5)(x-2)}{2(x^2 - 25)} = \frac{(x-5)(x-2)}{2(x-5)(x+5)} = \frac{x-2}{2(x+5)} \quad x \neq \pm 5$$

$$\text{c) } \frac{x^2 + 2x + yx + 2y}{y^2 + xy + x + y} = \frac{x(x+2) + y(x+2)}{y(y+x) + (x+y)} = \frac{(x+2)(x+y)}{(x+y)(y+1)} = \frac{x+2}{y+1} \quad x \neq -y; y \neq -1$$

$$\text{d) } \frac{4x^3 + 12x^2 + 9x}{2x^2y + 2x^2 + 3xy + 3x} = \frac{x(4x^2 + 12x + 9)}{x(2xy + 2x + 3y + 3)} = \frac{4x^2 + 12x + 9}{2xy + 2x + 3y + 3} = \frac{(2x+3)^2}{2x(y+1) + 3(y+1)} =$$

$$= \frac{(2x+3)^2}{(y+1)(2x+3)} = \frac{2x+3}{y+1}$$

$$y \neq -1; x \neq -\frac{3}{2}; 0$$

Shrnutí: Tvar potřebný ke krácení můžeme někdy získat vytykáním mínusu.