

### 3.5.7 Rozšiřování lomených výrazů

**Předpoklady:** 030501

**Př. 1:** Urči: a)  $n(9; 7)$                       b)  $n(9; 12)$                       c)  $n(24; 20)$

Sestav postup na hledání  $n(a; b)$ .

a)  $n(9; 7) = 9 \cdot 7 = 63$                       (čísla jsou nesoudělná)

b)  $n(9; 12)$

- $9 = 3 \cdot 3$
- $12 = 4 \cdot 3 = 2 \cdot 2 \cdot 3$

$n(9; 12) = 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 3 = 36$

c)  $n(24; 20)$

- $24 = 4 \cdot 6 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3$
- $20 = 4 \cdot 5 = 2 \cdot 2 \cdot 5$

$n(20; 24) = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 5 = 120$

Nejmenší společný násobek najdeme ve dvou krocích:

- najdeme prvočíselný rozklad,
- rozklad společného násobku sestavíme tak, aby v něm byly „obsaženy rozklady všech čísel“ (rozklad sestavíme z nejvyšších mocnin všech prvočísel, které se vyskytnou v libovolném z rozkladů).

**Př. 2:** Najdi nejmenší společný násobek mnohočlenů.

a)  $6x^3y^2; 4xy^2z$                       b)  $(x+1)^2; x^2-1$                       c)  $a^2-9; a^2+5a+6$

a)  $6x^3y^2; 4xy^2z$

Rozklady:

- $6x^3y^2 = 2 \cdot 3x^3y^2$
- $4xy^2z = 2 \cdot 2xy^2z$

Nejmenší společný násobek (obsahuje oba jednočleny):  $2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot x^3y^2z = 12x^3y^2z$

b)  $(x+1)^2; x^2-1$

Rozklady:

- $(x+1)^2 = (x+1) \cdot (x+1)$
- $x^2-1 = (x+1)(x-1)$

Nejmenší společný násobek (obsahuje oba mnohočleny):  $(x+1)(x+1)(x-1)$ .

c)  $a^2-9; a^2+5a+6$

Rozklady:

- $a^2 - 9 = (a - 3)(a + 3)$
- $a^2 + 5a + 6 = (a + 3)(a + 2)$

Nejmenší společný násobek (obsahuje oba jednočleny):  $(a - 3)(a + 3)(a + 2)$

**Pedagogická poznámka:** Bod a) je bez problémů, zato zbytek příkladu jde velice těžce. Žáci příliš nevidí, že tvar  $x^2 - 1$  nedopovídá prvočíselnému rozkladu, kde je násobení (zatímco zde je pouze sčítání), a proto se musí upravit na součin. Ukazují žákům, že zápis šestky  $6 = 4 + 2$  by jim při hledání společného násobky (narozdíl od rozkladu  $6 = 2 \cdot 3$ ) příliš nepomohl.

**Př. 3:** Rozšiř lomené výrazy mnohočlenem v závorce. Závorky neroznásobuj.

a)  $\frac{1}{x+1} \quad \{x\}$       b)  $\frac{2x+1}{x} \quad \{x+1\}$       c)  $\frac{x+1}{x-1} \quad \{x-1\}$

Rozšiřování normálních zlomků:  $\frac{2}{3} = \frac{2 \cdot 5}{3 \cdot 5} = \frac{10}{15}$ .

a)  $\frac{1}{x+1} = \frac{x}{(x+1) \cdot x}$

b)  $\frac{2x+1}{x} = \frac{(2x+1)(x+1)}{x(x+1)}$

c)  $\frac{x+1}{x-1} = \frac{(x+1)(x-1)}{(x-1)(x-1)}$

**Př. 4:** Rozšiř lomené výrazy tak, aby měly stejného, co nejjednoduššího jmenovatele. Výsledky neroznásobuj.

a)  $\frac{1}{2x}; \frac{a}{b^2}$       b)  $\frac{3x}{y}; \frac{x^2}{y^2}$       c)  $\frac{x}{x+1}; \frac{x+1}{x}$       d)  $\frac{2a}{a-b}; \frac{2b}{a+b}$

Jmenovatele můžeme měnit tím, že zlomek rozšiřujeme  $\Rightarrow$  hledáme společný násobek jmenovatelů.

a)  $\frac{1}{2x}; \frac{a}{b^2} \Rightarrow$  společný násobek  $2xb^2 \Rightarrow$

- $\frac{1}{2x} = \frac{b^2}{2xb^2}$ ,
- $\frac{a}{b^2} = \frac{a \cdot 2x}{b^2 \cdot 2x} = \frac{2ax}{2xb^2}$ .

b)  $\frac{3x}{y}; \frac{x^2}{y^2} \Rightarrow$  společný násobek  $y^2 \Rightarrow$

- $\frac{3x}{y} = \frac{3xy}{y \cdot y} = \frac{3xy}{y^2}$ ,

- $\frac{x^2}{y^2}$ .

c)  $\frac{x}{x+1}; \frac{x+1}{x} \Rightarrow$  společný násobek  $(x+1)x \Rightarrow$

- $\frac{x}{x+1} = \frac{x \cdot x}{(x+1) \cdot x} = \frac{x^2}{x(x+1)}$ ,

- $\frac{x+1}{x} = \frac{(x+1)(x+1)}{x(x+1)} = \frac{(x+1)^2}{x(x+1)}$ .

d)  $\frac{2a}{a-b}; \frac{2b}{a+b} \Rightarrow$  společný násobek  $(a-b)(a+b) \Rightarrow$

- $\frac{2a}{a-b} = \frac{2a(a+b)}{(a-b)(a+b)}$ ,

- $\frac{2b}{a+b} = \frac{2b(a-b)}{(a+b)(a-b)}$ .

**Př. 5:** Rozšiř lomené výrazy tak, aby měly stejného co nejjednoduššího jmenovatele.

a)  $\frac{1}{x^2+x}; \frac{2}{x^2}$

b)  $\frac{a-1}{a^2+a}; \frac{4}{a^2-a}$

c)  $\frac{x}{x^2-9}; \frac{x+1}{x^2+3x}$

d)  $\frac{2a}{a^2-4}; \frac{2b}{a^2-3a+2}$

**Shrnutí:**