

3.5.1 Sčítání a odčítání lomených výrazů I

Předpoklady: 030501

Př. 1: Jakým způsobem se sčítají zlomky? Kdy je sčítání zlomků nejjednodušší? Kdy je komplikovanější?

Sčítání zlomků je jednoduché, když mají stejné jmenovatele (sčítáme stejné díly) \Rightarrow pak sečteme čitatele a jmenovatel se nezmění.

Sčítání zlomků je komplikované, když jsou jmenovatele různé (sčítáme různé díly) \Rightarrow rozšíříme zlomky na stejného (co nejmenšího jmenovatele) (převědeme na stejné díly) a pak sečteme čitatele.

Př. 2: Doplň pravidla pro sčítání zlomků.

$$\text{a) } \frac{a}{b} + \frac{c}{b} = \qquad \text{b) } a + \frac{b}{c} = \qquad \text{c) } \frac{a}{b} + \frac{c}{d} =$$

$$\text{a) } \frac{a}{b} + \frac{c}{b} = \frac{a+c}{b}$$

$$\text{b) } a + \frac{b}{c} = \frac{ac}{c} + \frac{b}{c} = \frac{ac+b}{c}$$

$$\text{c) } \frac{a}{b} + \frac{c}{d} = \frac{ad}{bd} + \frac{cb}{bd} = \frac{ad+cb}{bd}$$

Př. 3: Vypočti. Uveď podmínky.

$$\text{a) } \frac{2a}{b} + \frac{c}{b} - \frac{a}{b} \qquad \text{b) } \frac{x}{x+1} + \frac{2x-1}{x+1} \qquad \text{c) } \frac{2a}{a+b} + \frac{b-c}{a+b} - \frac{a-c}{a+b}$$

$$\text{d) } \frac{x(x+1)}{x-1} + \frac{2x-5}{x-1} - \frac{x^2-2}{x-1} \qquad \text{e) } \frac{2x+3}{x-1} - \frac{x-2}{x-1} + \frac{2x-1}{1-x}$$

$$\text{a) } \frac{2a}{b} + \frac{c}{b} - \frac{a}{b} = \frac{2a+c-a}{b} = \frac{a+c}{b} \quad b \neq 0$$

$$\text{b) } \frac{x}{x+1} + \frac{2x-1}{x+1} = \frac{x+2x-1}{x+1} = \frac{3x-1}{x+1} \quad x \neq -1$$

$$\text{c) } \frac{2a}{a+b} + \frac{b-c}{a+b} - \frac{a-c}{a+b} = \frac{2a+b-c-(a-c)}{a+b} = \frac{2a+b-c-a+c}{a+b} = \frac{a+b}{a+b} = 1 \quad a \neq -b$$

$$d) \frac{x(x+1)}{x-1} + \frac{2x-5}{x-1} - \frac{x^2-2}{x-1} = \frac{x^2+x+2x-5-(x^2-2)}{x-1} = \frac{x^2+3x-5-x^2+2}{x-1} = \frac{3x-3}{x-1} =$$

$$= \frac{3(x-1)}{x-1} = 3$$

$x \neq 1$

$$e) \frac{2x+3}{x-1} - \frac{x-2}{x-1} + \frac{2x-1}{1-x} = \frac{2x+3-(x-2)}{x-1} + \frac{2x-1}{-(x-1)} = \frac{2x+3-x+2}{x-1} - \frac{2x-1}{x-1} =$$

$$= \frac{x+5-2x+1}{x-1} = \frac{-x+6}{x-1}$$

$x \neq 1$

Př. 4: Vypočti. Uveď podmínky.

$$a) \frac{x+1}{x} + 2 \quad b) 1 + a - \frac{1}{a} \quad c) y + \frac{2y}{y+1} \quad d) x-1 + \frac{3x+1}{x+1}$$

$$a) \frac{x+1}{x} + 2 = \frac{x+1}{x} + \frac{2 \cdot x}{x} = \frac{x+1+2x}{x} = \frac{3x+1}{x} \quad x \neq 0$$

$$b) 1 + a - \frac{1}{a} = \frac{(1+a) \cdot a}{a} - \frac{1}{a} = \frac{a^2+a-1}{a} \quad a \neq 0$$

$$c) y + \frac{2y}{y+1} = \frac{y(y+1)}{y+1} + \frac{2y}{y+1} = \frac{y^2+y+2y}{y+1} = \frac{y^2+3y}{y+1} \quad y \neq -1$$

$$d) x-1 + \frac{3x+1}{x+1} = \frac{(x-1)(x+1)}{x+1} + \frac{3x+1}{x+1} = \frac{x^2-1}{x+1} + \frac{3x+1}{x+1} = \frac{x^2-1+3x+1}{x+1} = \frac{x^2+3x}{x+1}$$

$x \neq -1$

Př. 5: Vypočti. Uveď podmínky.

$$a) 1 + \frac{2}{x} + \frac{1}{x^2} \quad b) \frac{a}{b} + \frac{1}{a} \quad c) \frac{2}{a^2+a} + \frac{a}{a+1} \quad d) \frac{a}{a-b} + \frac{b}{a+b}$$

$$a) 1 + \frac{2}{x} + \frac{1}{x^2} \quad \text{Nejmenší společný jmenovatel } x^2. \text{ Podmínka: } x \neq 0.$$

$$1 + \frac{2}{x} + \frac{1}{x^2} = \frac{1 \cdot x^2}{x^2} + \frac{2 \cdot x}{x^2} + \frac{1}{x^2} = \frac{x^2+2x+1}{x^2} = \frac{(x+1)^2}{x^2}$$

$$b) \frac{a}{b} + \frac{1}{a} \quad \text{Nejmenší společný jmenovatel } ab. \text{ Podmínka: } a \neq 0; b \neq 0.$$

$$\frac{a}{b} + \frac{1}{a} = \frac{a^2}{ab} + \frac{b}{ab} = \frac{a^2+b}{ab}$$

$$c) \frac{2}{a^2+a} + \frac{a}{a+1}$$

Rozložíme jmenovatel prvního zlomku, aby bylo jasné, z čeho je složený: $a^2 + a = a(a+1)$.

Nejmenší společný jmenovatel $a^2 + a = a(a+1)$. Podmínka: $a \neq 0; -1$.

$$\frac{2}{a^2+a} + \frac{a}{a+1} = \frac{2}{a^2+a} + \frac{a^2}{a(a+1)} = \frac{a^2+2}{a(a+1)}$$

$$d) \frac{a}{a-b} + \frac{b}{a+b}$$

Nejmenší společný jmenovatel $(a-b)(a+b)$. Podmínka: $a \neq \pm b$.

$$\begin{aligned} \frac{a}{a-b} + \frac{b}{a+b} &= \frac{a(a+b)}{(a-b)(a+b)} + \frac{b(a-b)}{(a+b)(a-b)} = \frac{a^2+ab}{(a-b)(a+b)} + \frac{ba-b^2}{(a+b)(a-b)} = \\ &= \frac{a^2+ab+ba-b^2}{(a-b)(a+b)} = \frac{a^2+2ab-b^2}{(a-b)(a+b)} \end{aligned}$$

Shrnutí: