

### 3.5.9 Sčítání a odčítání lomených výrazů II

**Předpoklady:** 030501

**Př. 1:** Vypočti. Uveď podmínky.

$$\text{a) } \frac{3x-3}{x-2} - \frac{x+1}{x-2} \qquad \text{b) } \frac{a}{2-a} + \frac{3+a}{a-2} - \frac{2a-1}{a-2}$$

$$\text{a) } \frac{3x-3}{x-2} - \frac{x+1}{x-2} = \frac{3x-3-x-1}{x-2} = \frac{2x-4}{x-2} = \frac{2(x-2)}{x-2} = 2 \qquad x \neq 2$$

$$\text{b) } \frac{a}{2-a} + \frac{3+a}{a-2} - \frac{2a-1}{a-2} = -\frac{a}{a-2} + \frac{3+a-2a+1}{a-2} = \frac{-a+4-a}{a-2} = \frac{4-2a}{a-2} \qquad a \neq 2$$

**Př. 2:** Vypočti. Uveď podmínky.

$$\text{a) } \frac{a}{a+1} + 1 \qquad \text{b) } \frac{2y}{y-1} + y$$

$$\text{a) } \frac{a}{a+1} + 1 = \frac{a}{a+1} + \frac{a+1}{a+1} = \frac{2a+1}{a+1} \qquad a \neq -1$$

$$\text{b) } \frac{2y}{y-1} + y = \frac{2y}{y-1} + \frac{y(y-1)}{y-1} = \frac{2y+y^2-y}{y-1} = \frac{y^2+y}{y-1} \qquad a \neq 1$$

**Př. 3:** Vypočti. Uveď podmínky.

$$\text{a) } 1 + \frac{2}{x} + \frac{1}{x^2} \qquad \text{b) } \frac{a}{b} + \frac{1}{a} \qquad \text{c) } \frac{2}{a^2+a} + \frac{a}{a+1} \qquad \text{d) } \frac{a}{a-b} + \frac{b}{a+b}$$

$$\text{a) } 1 + \frac{2}{x} + \frac{1}{x^2} \qquad \text{Nejmenší společný jmenovatel } x^2. \text{ Podmínka: } x \neq 0.$$

$$1 + \frac{2}{x} + \frac{1}{x^2} = \frac{1 \cdot x^2}{x^2} + \frac{2 \cdot x}{x^2} + \frac{1}{x^2} = \frac{x^2 + 2x + 1}{x^2} = \frac{(x+1)^2}{x^2}$$

$$\text{b) } \frac{a}{b} + \frac{1}{a} \qquad \text{Nejmenší společný jmenovatel } ab. \text{ Podmínka: } a \neq 0; b \neq 0.$$

$$\frac{a}{b} + \frac{1}{a} = \frac{a^2}{ab} + \frac{b}{ab} = \frac{a^2 + b}{ab}$$

$$\text{c) } \frac{2}{a^2+a} + \frac{a}{a+1}$$

Rozložíme jmenovatel prvního zlomku, aby bylo jasné, z čeho je složený:  $a^2 + a = a(a+1)$ .

Nejmenší společný jmenovatel  $a^2 + a = a(a+1)$ . Podmínka:  $a \neq 0; -1$ .

$$\frac{2}{a^2+a} + \frac{a}{a+1} = \frac{2}{a^2+a} + \frac{a^2}{a(a+1)} = \frac{a^2+2}{a(a+1)}$$

d)  $\frac{a}{a-b} + \frac{b}{a+b}$

Nejmenší společný jmenovatel  $(a-b)(a+b)$ . Podmínka:  $a \neq \pm b$ .

$$\begin{aligned} \frac{a}{a-b} + \frac{b}{a+b} &= \frac{a(a+b)}{(a-b)(a+b)} + \frac{b(a-b)}{(a+b)(a-b)} = \frac{a^2+ab}{(a-b)(a+b)} + \frac{ba-b^2}{(a+b)(a-b)} = \\ &= \frac{a^2+ab+ba-b^2}{(a-b)(a+b)} = \frac{a^2+2ab-b^2}{(a-b)(a+b)} \end{aligned}$$

**Př. 4:** Vypočti. Uveď podmínky.

a)  $\frac{2}{a} + \frac{2}{a+1}$

b)  $\frac{2x}{x+1} - \frac{3x}{x-1}$

c)  $\frac{x-1}{x+1} + \frac{x+1}{x-1}$

d)  $\frac{1}{x^2+3x} - \frac{1}{x^2-x}$

a)  $\frac{2}{a} + \frac{2}{a+1} = \frac{2(a+1)+2a}{a(a+1)} = \frac{2a+2+2a}{a(a+1)} = \frac{4a+2}{a(a+1)} \quad a \neq 0; -1$

b)  $\frac{2x}{x+1} - \frac{3x}{x-1} = \frac{2x(x-1)-3x(x+1)}{(x+1)(x-1)} = \frac{2x^2-2x-3x^2-3x}{(x+1)(x-1)} = \frac{-x^2-5x}{(x+1)(x-1)} \quad x \neq \pm 1$

c)  $\frac{x-1}{x+1} + \frac{x+1}{x-1} = \frac{(x-1)(x-1)+(x+1)(x+1)}{(x+1)(x-1)} = \frac{x^2-2x+1+x^2+2x+1}{(x+1)(x-1)} = \frac{2x^2+2}{(x+1)(x-1)}$   
 $x \neq \pm 1$

d)  $\frac{1}{x^2+3x} - \frac{1}{x^2-x} = \frac{1}{x(x+3)} - \frac{1}{x(x-1)} = \frac{x-1-(x+3)}{x(x+3)(x-1)} = \frac{x-1-x-3}{x(x+3)(x-1)} =$   
 $= \frac{-4}{x(x+3)(x-1)}$

$x \neq 0; -3; 1$

**Shrnutí:**