

### 3.8.9 Sčítání a odčítání lomených výrazů II

**Předpoklady:** 030808

**Pedagogická poznámka:** Většina třídy nestihne ani uvedené příklady. Ti nejlepší však mají na konci čtvrt hodiny času, na který by to chtělo odpovídající příklad.

**Př. 1:** Vypočti. Uveď podmínky.

$$\text{a) } \frac{3x-3}{x-2} - \frac{x+1}{x-2} \qquad \text{b) } \frac{a}{2-a} + \frac{3+a}{a-2} - \frac{2a-1}{a-2}$$

$$\text{a) } \frac{3x-3}{x-2} - \frac{x+1}{x-2} = \frac{3x-3-x-1}{x-2} = \frac{2x-4}{x-2} = \frac{2(x-2)}{x-2} = 2 \qquad x \neq 2$$

$$\text{b) } \frac{a}{2-a} + \frac{3+a}{a-2} - \frac{2a-1}{a-2} = -\frac{a}{a-2} + \frac{3+a-2a+1}{a-2} = \frac{-a+4-a}{a-2} = \frac{4-2a}{a-2} \qquad a \neq 2$$

**Př. 2:** Vypočti. Uveď podmínky.

$$\text{a) } \frac{a}{a+1} + 1 \qquad \text{b) } \frac{2y}{y-1} + y$$

$$\text{a) } \frac{a}{a+1} + 1 = \frac{a}{a+1} + \frac{a+1}{a+1} = \frac{2a+1}{a+1} \qquad a \neq -1$$

$$\text{b) } \frac{2y}{y-1} + y = \frac{2y}{y-1} + \frac{y(y-1)}{y-1} = \frac{2y+y^2-y}{y-1} = \frac{y^2+y}{y-1} \qquad a \neq 1$$

**Př. 3:** Vypočti. Uveď podmínky.

$$\text{a) } 2 - \frac{2}{a} + \frac{3}{a^2} \qquad \text{b) } \frac{x}{y} + \frac{y}{x} \qquad \text{c) } \frac{3x}{x^2-2x} + \frac{x-2}{x} \qquad \text{d) } \frac{x}{x-y} - \frac{y}{x+y}$$

$$\text{a) } 2 - \frac{2}{a} + \frac{3}{a^2} \qquad \text{Nejmenší společný jmenovatel } a^2. \text{ Podmínka: } a \neq 0.$$

$$2 - \frac{2}{a} + \frac{3}{a^2} = \frac{2 \cdot a^2}{1 \cdot a^2} - \frac{2 \cdot a}{a^2} + \frac{3}{a^2} = \frac{2a^2 - 2a + 3}{a^2}$$

$$\text{b) } \frac{x}{y} + \frac{y}{x} \qquad \text{Nejmenší společný jmenovatel } xy. \text{ Podmínka: } x \neq 0; y \neq 0.$$

$$\frac{x}{y} + \frac{y}{x} = \frac{x \cdot x}{y \cdot x} + \frac{y \cdot y}{x \cdot y} = \frac{x^2 + y^2}{xy}$$

$$\text{c) } \frac{3x}{x^2-2x} + \frac{x-2}{x}$$

Rozložíme jmenovatel prvního zlomku, aby bylo jasné, z čeho je složený:  $x^2 - 2x = x(x-2)$ .

Nejmenší společný jmenovatel  $x^2 - 2x = x(x-2)$ . Druhý zlomek musíme rozšířit výrazem  $(x-2)$ . Podmínka:  $x \neq 0; 2$ .

$$\frac{3x}{x(x-2)} + \frac{x-2}{x} = \frac{3x}{x(x-2)} + \frac{(x-2) \cdot (x-2)}{x(x-2)} = \frac{3x + x^2 - 4x + 4}{x(x-2)} = \frac{x^2 - x + 4}{x(x-2)}$$

d)  $\frac{x}{x-y} - \frac{y}{x+y}$

Nejmenší společný jmenovatel  $(x-y)(x+y)$ . Podmínka:  $x \neq \pm y$ .

$$\begin{aligned} \frac{x}{x-y} - \frac{y}{x+y} &= \frac{x(x+y)}{(x-y)(x+y)} - \frac{y(x-y)}{(x+y)(x-y)} = \frac{x^2 + xy - (xy - y^2)}{(x+y)(x-y)} = \\ &= \frac{x^2 + xy - xy + y^2}{(x+y)(x-y)} = \frac{x^2 + y^2}{(x+y)(x-y)} \end{aligned}$$

**Př. 4:** Vypočti. Uveď podmínky.

a)  $\frac{2}{a} + \frac{2}{a+1}$       b)  $\frac{2x}{x+1} - \frac{3x}{x-1}$       c)  $\frac{x-1}{x+1} + \frac{x+1}{x-1}$       d)  $\frac{1}{x^2+3x} - \frac{1}{x^2-x}$

a)  $\frac{2}{a} + \frac{2}{a+1} = \frac{2(a+1) + 2a}{a(a+1)} = \frac{2a+2+2a}{a(a+1)} = \frac{4a+2}{a(a+1)} \quad a \neq 0; -1$

b)  $\frac{2x}{x+1} - \frac{3x}{x-1} = \frac{2x(x-1) - 3x(x+1)}{(x+1)(x-1)} = \frac{2x^2 - 2x - 3x^2 - 3x}{(x+1)(x-1)} = \frac{-x^2 - 5x}{(x+1)(x-1)} \quad x \neq \pm 1$

c)  $\frac{x-1}{x+1} + \frac{x+1}{x-1} = \frac{(x-1)(x-1) + (x+1)(x+1)}{(x+1)(x-1)} = \frac{x^2 - 2x + 1 + x^2 + 2x + 1}{(x+1)(x-1)} = \frac{2x^2 + 2}{(x+1)(x-1)}$   
 $x \neq \pm 1$

d)  $\frac{1}{x^2+3x} - \frac{1}{x^2-x} = \frac{1}{x(x+3)} - \frac{1}{x(x-1)} = \frac{x-1 - (x+3)}{x(x+3)(x-1)} = \frac{x-1-x-3}{x(x+3)(x-1)} =$   
 $= \frac{-4}{x(x+3)(x-1)}$   
 $x \neq 0; -3; 1$

**Shrnutí:**