

3.8.13 Násobení lomených výrazů I

Předpoklady: 030812

Př. 1: Vypočti. Jak násobíme zlomky? Jak je výhodné postupovat, abychom si ušetřili složité výpočty s velkými čísly?

a) $\frac{2}{5} \cdot \frac{3}{7}$ b) $\frac{3}{5} \cdot \frac{10}{9}$ c) $\frac{21}{20} \cdot \frac{15}{14}$ d) $\frac{35}{36} \cdot \frac{63}{65}$

a) $\frac{2}{5} \cdot \frac{3}{7} = \frac{2 \cdot 3}{5 \cdot 7} = \frac{6}{35}$ b) $\frac{3}{5} \cdot \frac{10}{9} = \frac{3}{5} \cdot \frac{2 \cdot 5}{3 \cdot 3} = \frac{2}{3}$

c) $\frac{21}{20} \cdot \frac{15}{14} = \frac{3 \cdot 7}{4 \cdot 5} \cdot \frac{3 \cdot 5}{2 \cdot 7} = \frac{9}{8}$ d) $\frac{35}{36} \cdot \frac{63}{65} = \frac{7 \cdot 5}{4 \cdot 9} \cdot \frac{9 \cdot 7}{13 \cdot 5} = \frac{49}{52}$

Při násobení zlomků:

- násobíme číselník číselníkem a jmenovatel jmenovatelem,
- krátíme, co můžeme.

⇒ nejvýhodnější je rozložit si násobená čísla tak, abychom pokrátili co nejvíce.

Stejným způsobem probíhá násobení lomených výrazů.

Př. 2: Vynásob. Uveď podmínky.

a) $\frac{a}{b} \cdot \frac{c}{d}$ b) $x \cdot \frac{x}{2y}$ c) $\frac{x+1}{x} \cdot \frac{x-1}{x}$ d) $\frac{1}{a-1} \cdot \frac{a+1}{a^2}$

a) $\frac{a}{b} \cdot \frac{c}{d} = \frac{ac}{bd}$ $b; d \neq 0$ b) $x \cdot \frac{x}{2y} = \frac{x}{1} \cdot \frac{x}{2y} = \frac{x^2}{2y}$ $y \neq 0$

c) $\frac{x+1}{x} \cdot \frac{x-1}{x} = \frac{(x+1)(x-1)}{x^2} = \frac{x^2-1}{x^2}$ $x \neq 0$

d) $\frac{1}{a-1} \cdot \frac{a+1}{a^2} = \frac{a+1}{a^2(a-1)} = \frac{a+1}{a^3-a^2}$ $a \neq 0; 1$

Př. 3: Vynásob. Uveď podmínky.

a) $\frac{a^2}{b} \cdot \frac{b^2}{a^3}$ b) $\frac{y^4}{2x^3} \cdot \frac{4x^5}{y^3}$ c) $\frac{x+1}{x(x-1)} \cdot \frac{x-1}{(x+1)^2}$ d) $\frac{a^2}{a-1} \cdot \frac{a-1}{a(a+1)}$

a) $\frac{a^2}{b} \cdot \frac{b^2}{a^3} = \frac{b}{a}$ $a; b \neq 0$ b) $\frac{y^4}{2x^3} \cdot \frac{4x^5}{y^3} = 2x^2y$ $x; y \neq 0$

$$c) \frac{x+1}{x(x-1)} \cdot \frac{x-1}{(x+1)^2} = \frac{1}{x(x+1)} \quad x \neq -1; 0; 1$$

$$d) \frac{a^2}{a-1} \cdot \frac{a-1}{a(a+1)} = \frac{a}{a+1} \quad a \neq -1; 0; 1$$

Jak by dopadl například bod c) z předchozího příkladu bez krácení?

$$\frac{x+1}{x(x-1)} \cdot \frac{x-1}{(x+1)^2} = \frac{(x+1)(x-1)}{(x^2-x)(x^2+2x+1)} = \frac{x^2-1}{x^4+2x^3+x^2-x^3-2x^2-x} = \frac{x^2-1}{x^4+x^3-x^2-x}$$

Takový výsledek může potěšit maximálně masochistu, proto budeme pilně rozkládat na součiny a pak teprve násobit.

Př. 4: Vypočti.

$$a) \frac{x+2}{x^2-x} \cdot \frac{xy-y}{x^2+2x}$$

$$b) \frac{4x-2}{x+3} \cdot \frac{3x+9}{8x-4}$$

$$c) \frac{a^2-3a}{b^2+1} \cdot \frac{2b^3+2b}{a^2-9}$$

$$a) \frac{x+2}{x^2-x} \cdot \frac{xy-y}{x^2+2x} = \frac{x+2}{(x-1)x} \cdot \frac{y(x-1)}{(x+2)x} = \frac{y}{x^2} \quad x \neq -2; 0; 1$$

$$b) \frac{4x-2}{x+3} \cdot \frac{3x+9}{8x-4} = \frac{2(2x-1)}{x+3} \cdot \frac{3(x+3)}{4(2x-1)} = \frac{3}{2} \quad x \neq -3; \frac{1}{2}$$

$$c) \frac{a^2-3a}{b^2+1} \cdot \frac{2b^3+2b}{a^2-9} = \frac{a(a-3)}{b^2+1} \cdot \frac{2b(b^2+1)}{(a-3)(a+3)} = \frac{2ab}{a+3} \quad a \neq \pm 3$$

Př. 5: Vypočti.

$$a) \frac{x^2-3x}{xy+2y} \cdot \frac{x^2y}{x-3} \cdot \frac{x+2}{x^2y+x^2}$$

$$b) \frac{a^2-b^2}{4a^2b^2} \cdot \frac{2a}{a+b} \cdot \frac{4b^3}{a-b}$$

$$a) \frac{x^2-3x}{xy+2y} \cdot \frac{x^2y}{x-3} \cdot \frac{x+2}{x^2y+x^2} = \frac{x(x-3)}{y(x+2)} \cdot \frac{x^2y}{x-3} \cdot \frac{x+2}{x^2(y+1)} = \frac{x}{y+1} \quad x \neq -2; 3, y \neq -1; 0$$

$$b) \frac{a^2-b^2}{4a^2b^2} \cdot \frac{2a}{a+b} \cdot \frac{4b^3}{a-b} = \frac{(a-b)(a+b)}{4a^2b^2} \cdot \frac{2a}{a+b} \cdot \frac{4b^3}{a-b} = \frac{2b}{a} \quad a \neq \pm b \neq 0$$

Př. 6: Vypočti. $\frac{x^2+2x+1}{x^2-1} \cdot \frac{x^2-x}{x^2-x-2}$

$$\frac{x^2+2x+1}{x^2-1} \cdot \frac{x^2-x}{x^2-x-2} = \frac{(x+1)^2}{(x-1)(x+1)} \cdot \frac{x(x-1)}{(x-2)(x+1)} = \frac{x}{x-2} \quad x \neq -1; 1; 2$$

Shrnutí: Při násobení lomených výrazů rozkládáme a krátíme, co jde.

