

3.5.15 Dělení lomených výrazů

Předpoklady: 030515

Př. 1: Vypočítej. Zformuluj postup pro dělení lomených výrazů.

a) $\frac{2}{3} : \frac{4}{5}$ b) $\frac{15}{14} : \frac{20}{21}$ c) $\frac{3}{4} : \left(1 - \frac{3}{8}\right)$

a) $\frac{2}{3} : \frac{4}{5} = \frac{2}{3} \cdot \frac{5}{4} = \frac{5}{6}$ b) $\frac{15}{14} : \frac{20}{21} = \frac{15}{14} \cdot \frac{21}{20} = \frac{5 \cdot 3 \cdot 7 \cdot 3}{2 \cdot 7 \cdot 5 \cdot 4} = \frac{9}{8}$

c) $\frac{3}{4} : \left(1 - \frac{3}{8}\right) = \frac{3}{4} : \left(\frac{8}{8} - \frac{3}{8}\right) = \frac{3}{4} : \frac{5}{8} = \frac{3}{4} \cdot \frac{8}{5} = \frac{6}{5}$

Dělení lomeným výrazem převedeme na násobení převráceným lomeným výrazem. Opět se při násobení budeme snažit pokrátit, co nejvíce.

Dělení lomeným výrazem převádíme na násobení převráceným lomeným výrazem.

Př. 2: Vypočítej a uveď podmínky.

a) $\frac{7x^2}{y^3} : \frac{14x}{3y^2z}$ b) $\frac{1}{ab^3} : \frac{1}{a^2b^2}$ c) $\frac{12a^2b}{5c^7d^6} : \frac{8a^3b^2}{15c^5d^7}$ d) $\frac{24x^5y^3}{25yz^4} : \frac{16x^4y^4}{15z^5}$

a) $\frac{7x^2}{y^3} : \frac{14x}{3y^2z} = \frac{7x^2}{y^3} \cdot \frac{3y^2z}{2 \cdot 7x} = \frac{3xz}{2y}$ $x; y; z \neq 0$

b) $\frac{1}{ab^3} : \frac{1}{a^2b^2} = \frac{1}{ab^3} \cdot \frac{a^2b^2}{1} = \frac{a}{b}$ $a; b \neq 0$

c) $\frac{12a^2b}{5c^7d^6} : \frac{8a^3b^2}{15c^5d^7} = \frac{3 \cdot 4a^2b}{5c^7d^6} \cdot \frac{3 \cdot 5c^5d^7}{2 \cdot 4a^3b^2} = \frac{9d}{2abc^2}$ $a; b; c; d \neq 0$

d) $\frac{24x^5y^3}{25yz^4} : \frac{16x^4y^4}{15z^5} = \frac{8 \cdot 3x^5y^3}{5 \cdot 5yz^4} \cdot \frac{5 \cdot 3z^5}{8 \cdot 2x^4y^4} = \frac{9xz}{10y^2}$ $x; y; z \neq 0$

Př. 3: Vypočítej a uveď podmínky.

a) $\frac{x(2x+3)}{x-2} : \frac{6x+9}{2x^2-4x}$ b) $\frac{ab+2b^2}{2ab-4b^2} : \frac{5a+10b}{3a^2-6ab}$

a) $\frac{x(2x+3)}{x-2} : \frac{6x+9}{2x^2-4x} = \frac{x(2x+3)}{x-2} \cdot \frac{2x(x-2)}{3(2x+3)} = \frac{2x^2}{3}$ $x \neq -\frac{3}{2}; 0; 2$

$$\text{b) } \frac{ab+2b^2}{2ab-4b^2} : \frac{5a+10b}{3a^2-6ab} = \frac{b(a+2b)}{2b(a-2b)} \cdot \frac{3a(a-2b)}{5(a+2b)} = \frac{3a}{10} \quad a \neq 0; b \neq 0; a \neq \pm 2b$$

Př. 4: Vyp. a uv. pod.

$$\text{a) } \frac{3x-9y}{x^2+2x} : \frac{x^2-9y^2}{xy+2y} \qquad \text{b) } \frac{x^2-3x+2}{x^2-4} : \frac{x^2-2x+1}{x^2+4x+4}$$

$$\text{a) } \frac{3x-9y}{x^2+2x} : \frac{x^2-9y^2}{xy+2y} = \frac{3(x-3y)}{x(x+2)} \cdot \frac{y(x+2)}{(x-3y)(x+3y)} = \frac{3y}{x(x+3y)} \quad x \neq -2; 0, y \neq 0, x \neq \pm 3y$$

$$\text{b) } \frac{x^2-3x+2}{x^2-4} : \frac{x^2-2x+1}{x^2+4x+4} = \frac{(x-2)(x-1)}{(x-2)(x+2)} \cdot \frac{(x+2)^2}{(x-1)^2} = \frac{x+2}{x-1} \quad x \neq -2; 1; 2$$

Př. 5: VaUP.

$$\text{a) } \left(\frac{1}{x} + \frac{1}{y}\right) : \left(\frac{1}{x} - \frac{1}{y}\right) \qquad \text{b) } \frac{2a}{a+1} : \left(1 + \frac{1}{a^2-1}\right) \qquad \text{c) } \left(\frac{2x}{x+1} + 2\right) : \left(1 - \frac{3x^2}{1-x^2}\right)$$

$$\text{a) } \left(\frac{1}{x} + \frac{1}{y}\right) : \left(\frac{1}{x} - \frac{1}{y}\right) = \left(\frac{y}{xy} + \frac{x}{xy}\right) : \left(\frac{y}{xy} - \frac{x}{xy}\right) = \frac{x+y}{xy} : \frac{y-x}{xy} = \frac{x+y}{xy} \cdot \frac{xy}{x-y} = \frac{x+y}{x-y}$$

$x \neq 0, x \neq y, y \neq 0$

$$\text{b) } \frac{2a}{a+1} : \left(1 + \frac{1}{a^2-1}\right) = \frac{2a}{a+1} : \left(\frac{a^2-1+1}{a^2-1}\right) = \frac{2a}{a+1} : \frac{a^2}{a^2-1} = \frac{2a}{a+1} \cdot \frac{(a+1)(a-1)}{a^2} = \frac{2(a-1)}{a}$$

$a \neq -1; 0; 1$

$$\text{c) } \left(\frac{2x}{x+1} + 2\right) : \left(1 - \frac{3x^2}{1-x^2}\right) = \left(\frac{2x}{x+1} + \frac{2(x+1)}{x+1}\right) : \left(\frac{1-x^2}{1-x^2} - \frac{3x^2}{1-x^2}\right) = \frac{4x+2}{x+1} \cdot \frac{1-x^2}{1-4x^2} =$$

$$\frac{2(2x+1)}{x+1} \cdot \frac{(1-x)(1+x)}{(1-2x)(1+2x)} = \frac{2(1-x)}{1-2x} = \frac{-2(x-1)}{-(2x-1)} = \frac{2(x-1)}{2x-1}$$

Shrnutí: Dělení lomeným výrazem převádíme na násobení převráceným lomených výrazem.