

3.8.16 Složené lomené výrazy I

Předpoklady: 030815

Př. 1: Odstraň složené zlomky. Zkrať na základní tvar. Sestav poučení pro úpravy složených lomených výrazů.

$$\text{a) } \frac{\frac{4}{15}}{\frac{8}{25}}$$

$$\text{b) } \frac{\frac{24}{16}}{15}$$

$$\text{c) } \frac{24}{\frac{16}{15}}$$

$$\text{d) } \frac{1+\frac{2}{3}}{1-\frac{1}{6}}$$

$$\text{a) } \frac{\frac{4}{15}}{\frac{8}{25}} = \frac{4}{15} : \frac{8}{25} = \frac{4}{15} \cdot \frac{25}{8} = \frac{4 \cdot 5 \cdot 5}{5 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 2} = \frac{5}{6}$$

$$\text{b) } \frac{\frac{24}{16}}{15} = \frac{24}{16} : \frac{15}{1} = \frac{24}{16} \cdot \frac{1}{15} = \frac{24 \cdot 1}{8 \cdot 2 \cdot 5 \cdot 3} = \frac{1}{10}$$

$$\text{c) } \frac{24}{\frac{16}{15}} = 24 : \frac{16}{15} = \frac{24 \cdot 15}{16} = \frac{3 \cdot 8 \cdot 3 \cdot 5}{2 \cdot 8} = \frac{45}{2}$$

$$\text{d) } \frac{1+\frac{2}{3}}{1-\frac{1}{6}} = \frac{\frac{3+2}{3}}{\frac{6-1}{6}} = \frac{\frac{5}{3}}{\frac{5}{6}} = \frac{5}{3} : \frac{5}{6} = \frac{5}{3} \cdot \frac{6}{5} = \frac{5 \cdot 2 \cdot 3}{3 \cdot 5} = \frac{2}{1} = 2$$

Poučení:

- Zlomková čára představuje dělení \Rightarrow složený zlomek můžeme napsat jako dělení dvou zlomků a tím převést na násobení (součin vnějších dělíme součinem vnitřních).
- Před zjednodušením musíme zlomky upravit (sečíst, odečíst), aby bylo jasné, jaké číslo představuje číselník (jmenovatel) v obou zlomcích.

Pedagogická poznámka: Poslední příklad je schválně ošklivý. Někteří jsou kvůli snadnému krácení ochotni zapomenout na správný postup odstraňování složeného zlomku.

Př. 2: Odstraň složené zlomky. Zapiš podmínky.

$$\text{a) } \frac{\frac{a}{b}}{\frac{c}{d}}$$

$$\text{b) } \frac{\frac{9x}{4y^2}}{18x^2}$$

$$\text{c) } \frac{21a^2b}{14a^2}$$

$$\text{d) } \frac{15x^4y^2}{35x^8y^4} \cdot \frac{14x^2y^3}{14x^2y^3}$$

$$\text{a) } \frac{\frac{a}{b}}{\frac{c}{d}} = \frac{a}{b} : \frac{c}{d} = \frac{a}{b} \cdot \frac{d}{c} = \frac{ad}{bc} \quad b; c; d \neq 0$$

$$\text{b) } \frac{\frac{9x}{4y^2}}{\frac{18x^2}{6y}} = \frac{9x \cdot 6y}{4y^2 \cdot 18x^2} = \frac{9 \cdot 3 \cdot 2}{2 \cdot 2 \cdot y \cdot 9 \cdot 2 \cdot x} = \frac{3}{4xy} \quad x; y \neq 0$$

$$\text{c) } \frac{\frac{21a^2b}{abc}}{14a^2} = \frac{\frac{21a^2b}{abc}}{\frac{14a^2}{1}} = \frac{21a^2b}{abc \cdot 14a^2} = \frac{3 \cdot 7}{ac \cdot 2 \cdot 7} = \frac{3}{2ac} \quad a; b; c \neq 0$$

$$\text{d) } \frac{\frac{15x^4y^2}{35x^8y^4}}{14x^2y^3} = \frac{\frac{15x^4y^2}{1}}{35x^8y^4} = \frac{15x^4y^2 \cdot 14x^2y^3}{35x^8y^4} = \frac{5 \cdot 3y^5 \cdot 2 \cdot 7 \cdot x^6}{5 \cdot 7 \cdot x^8y^4} = \frac{6y}{x^2} \quad x; y \neq 0$$

Př. 3: Matematicky korektně za přísného dohledu podmínek zlikviduj složené zlomky.

$$\text{a) } \frac{\frac{x(x+3)}{3x+9}}{\frac{x^3+x}{x^2+1}}$$

$$\text{b) } \frac{\frac{6a-4b}{a^3b^2-a^2b^3}}{8a^2b^3}$$

$$\text{c) } \frac{\frac{a^2-b^2}{a^2+6a+9}}{a^2+3a}$$

$$\text{a) } \frac{\frac{x(x+3)}{3x+9}}{\frac{x^3+x}{x^2+1}} = \frac{x(x+3)(x^2+1)}{(3x+9)(x^3+x)} = \frac{x(x+3)(x^2+1)}{3(x+3)x(x^2+1)} = \frac{1}{3} \quad x \neq -3; 0$$

$$\text{b) } \frac{\frac{6a-4b}{a^3b^2-a^2b^3}}{8a^2b^3} = \frac{(6a-4b)8a^2b^3}{(a^3b^2-a^2b^3)(3a^2-2ab)} = \frac{2(3a-2b)8a^2b^3}{a^2b^2(a-b)a(3a-2b)} = \frac{16b}{a(a-b)}$$

$$a; b \neq 0, a \neq b, a \neq \frac{2b}{3}$$

$$\text{c) } \frac{\frac{a^2-b^2}{a^2+6a+9}}{\frac{3a+3b}{a^2+3a}} = \frac{(a^2-b^2)(a^2+3a)}{(a^2+6a+9)(3a+3b)} = \frac{(a-b)(a+b)a(a+3)}{(a+3)^2 \cdot 3 \cdot (a+b)} = \frac{a(a-b)}{3(a+3)}$$

$$a \neq -3; 0; -b$$

Př. 4: Tak se předved'

$$\text{a) } \frac{1 + \frac{1}{a}}{1 - \frac{1}{a}}$$

$$\text{b) } \frac{\frac{x^2 - y^2}{xy}}{\frac{1}{x} + \frac{1}{y}}$$

$$\text{c) } \frac{1}{1 + \frac{1}{1 + \frac{1}{a}}}$$

$$\text{a) } \frac{1 + \frac{1}{a}}{1 - \frac{1}{a}} = \frac{\frac{a}{a} + \frac{1}{a}}{\frac{a}{a} - \frac{1}{a}} = \frac{\frac{a+1}{a}}{\frac{a-1}{a}} = \frac{(a+1)a}{a(a-1)} = \frac{a+1}{a-1} \quad a \neq 0; -1$$

$$\text{b) } \frac{\frac{x^2 - y^2}{xy}}{\frac{1}{x} + \frac{1}{y}} = \frac{\frac{x^2 - y^2}{xy}}{\frac{y+x}{xy}} = \frac{(x^2 - y^2)xy}{(x+y)xy} = \frac{(x+y)(x-y)}{x+y} = x - y \quad x; y \neq 0, x \neq -y$$

$$\text{c) } \frac{1}{1 + \frac{1}{1 + \frac{1}{a}}} = \frac{1}{1 + \frac{1}{\frac{a+1}{a}}} = \frac{1}{1 + \frac{a}{a+1}} = \frac{1}{\frac{a+1+a}{a+1}} = \frac{1}{\frac{2a+1}{a+1}} = \frac{a+1}{2a+1} \quad a \neq -1; -\frac{1}{2}; 0$$

Shrnutí: Složený lomený výraz zjednodušíme jako složený zlomek: hlavní zlomková čára představuje dělení, po úpravě získáme tvar, kde součin vnějších členů dělíme součinem vnitřních členů.