

4.1.1 Mnohočleny

Předpoklady: 040101

Pedagogická poznámka: Hodina má tři části. V každé si nejdříve zopakujeme pravidla, poté žáci samostatně počítají.

Př. 1: Sepiš základní pravidla pro počítání s mnohočleny.

Sčítáme jen členy stejného typu (stejně mocniny všech proměnných).

Při násobení závorek násobíme každý člen s každým členem.

Mínus před závorkou mění znaménka všech členů uvnitř.

Př. 2: Zjednoduš.

a) $2x^2 + 3x - 7 - 4x + 5xy - 3$

b) $3(a^2 - 2a + 3) + 2(a - 1) - (a^2 + 2)$

c) $y^2 - 3(y^2 - 2y) + 3(y - 2)$

d) $2x(x - 1) - x(x - 2) + 3(2x - 3x^2)$

a) $2x^2 + 3x - 7 - 4x + 5xy - 3 = 2x^2 + 5xy - x - 10$

b) $3(a^2 - 2a + 3) + 2(a - 1) - (a^2 + 2) = 3a^2 - 6a + 9 + 2a - 2 - a^2 - 2 = 2a^2 - 4a + 5$

c) $y^2 - 3(y^2 - 2y) + 3(y - 2) = y^2 - 3y^2 + 6y + 3y - 6 = -2y^2 + 9y - 6$

d) $2x(x - 1) - x(x - 2) + 3(2x - 3x^2) = 2x^2 - 2x - x^2 + 2x + 6x - 9x^2 = -8x^2 + 6x$

Př. 3: Zjednoduš.

a) $(y - 1)(2y + 3) - (y^2 + 1)$

b) $x(3x - 2) - (x + 2)(x - 1)$

c) $(a + b + c)(a - b - c) - (a - b + c)(-a - b + c)$

a) $(y - 1)(2y + 3) - (y^2 + 1) = 2y^2 + 3y - 2y - 3 - y^2 - 1 = y^2 + y - 4$

b) $x(3x - 2) - (x + 2)(x - 1) = 3x^2 - 2x - (x^2 - x + 2x - 2) = 3x^2 - 2x - (x^2 + x - 2) =$
 $= 3x^2 - 2x - x^2 - x + 2 = 2x^2 - 3x + 2$

c) $(a + b + c)(a - b - c) - (a - b + c)(-a - b + c) =$
 $= (a^2 - ab - ac + ab - b^2 - bc + ac - bc - c^2) - (-a^2 - ab - ac + ab + b^2 - bc + ac - bc + c^2) =$
 $= (a^2 - b^2 - c^2 - 2bc) - (-a^2 + b^2 - 2bc + c^2) = a^2 - b^2 - c^2 - 2bc + a^2 - b^2 + 2bc - c^2 =$
 $= 2a^2 - 2b^2 - 2c^2$

Př. 4: Jaké vzorce používáme pro výpočet druhé mocniny dvojčlenů? V čem se často dělají chyby?

- $(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$
- $(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$

Často se zapomíná na prostřední část vzorce (píší se jenom druhé mocniny původních členů).

Př. 5: Vypočti.

a) $(x+1)^2 + (x-1)^2$ b) $(2a-b)^2 - (3b-a)^2$ c) $(2x^2 - 3y)^2$

a) $(x+1)^2 + (x-1)^2 = x^2 + 2x + 1 + x^2 - 2x + 1 = 2x^2 + 2$

b) $(2a-b)^2 - (3b-a)^2 = (4a^2 - 4ab + b^2) - (9b^2 - 6ab + a^2) = 3a^2 + 2ab - 8b^2$

c) $(2x^2 - 3y)^2 = 2x^4 - 12x^2y + 9y^2$

Př. 6: Sepiš postupy při rozkladu mnohočlenu na součin.

- Vytknutí společného před závorku.
- Použití vzorců:
 - $a^2 + 2ab + b^2 = (a+b)^2$,
 - $a^2 - 2ab + b^2 = (a-b)^2$,
 - $a^2 - b^2 = (a+b)(a-b)$,
 - $a^2 + b^2$ rozložit nejde.
- $x^2 - 2x - 3 = (x-3)(x+1)$ (do závorek hledáme čísla jejich součet je -2 a součin 3 \Rightarrow nejde to vždy).
- Někdy musíme vytýkat v několika krocích.
- Občas musíme výchozí tvar upravit tak, jak "bude potřeba", například ze tří členů udělat čtyři na vytýkání:
 $6a^2 + 5a + 1 = 6a^2 + 3a + 2a + 1 = 3a(2a+1) + (2a+1) = (2a+1)(3a+1)$

Př. 7: Rozlož mnohočleny na součin.

a) $2x^2 - 4xy$ b) $9a^3b - 6a^2b^2$ c) $x^2 - 6x + 9$
d) $4y^2 - 25$ e) $a^2 - 4a + 3$ f) $x^2 - 5x - 14$
g) $3x^2 - 12x + 12$ h) $4a^2 + 7a + 3$ i) $3x^2 - x - 2$

a) $2x^2 - 4xy = 2x(x - 2y)$

b) $9a^3b - 6a^2b^2 = 3a^2b(3a - 2b)$

c) $x^2 - 6x + 9 = (x - 3)^2$

d) $4y^2 - 25 = (2y)^2 - 5^2 = (2y - 5)(2y + 5)$

e) $a^2 - 4a + 3 = (a - 3)(a - 1)$

f) $x^2 - 5x - 14 = (x - 7)(x + 2)$

g) $3x^2 - 12x + 12 = 3(x^2 - 4x + 4) = 3(x - 2)^2$

h) $4a^2 + 7a + 3 = 4a^2 + 4a + 3a + 3 = 4a(a + 1) + 3(a + 1) = (a + 1)(4a + 3)$

i) $3x^2 - x - 2 = 3x^2 - 3x + 2x - 2 = 3x(x - 1) + 2(x - 1) = (x - 1)(3x + 2)$

Shrnutí: U mnohočlenů sčítáme pouze členy stejného typu.