

4.1.3 Rovnice

Předpoklady: 040101

Př. 1: Jaké základní pravidlo platí pro řešení rovnic? Proč toto základní pravidlo platí?

S oběma stranami děláme to samé, abychom udrželi rovnost.

Př. 2: Vyřeš rovnice.

a) $2x + 3 = 2$

b) $\frac{3x-1}{2} + 1 = 2$

c) $3(0,5x+1) = \frac{1}{2}$

a) $2x + 3 = 2 \quad / -3$

$2x = -1 \quad / :2$

$x = -\frac{1}{2} \quad K = \left\{ -\frac{1}{2} \right\}$

b) $\frac{3x-1}{2} + 1 = 2 \quad / -1$

$\frac{3x-1}{2} = 1 \quad / \cdot 2$

$3x-1 = 2 \quad / +1$

$3x = 3 \quad / :3$

$x = 1 \quad K = \{1\}$

c) $3(0,5x+1) = \frac{1}{2} \quad / :3$

$0,5x+1 = \frac{1}{6} \quad / -1$

$0,5x = -\frac{5}{6} \quad / \cdot 2$

$x = -\frac{5}{6} \cdot 2 = -\frac{5}{3}$

$K = \left\{ -\frac{5}{3} \right\}$

Pedagogická poznámka: Nejčastější chybou v bodě b) je obrácené pořadí při úpravách (nejdříve se násobí 2), při které dojde ke špatnému násobení levé strany (místo $3x-1+2$, se objeví špatné $3x-1+1$). Opakujeme si násobit se musí celá strana, protože celá strana dohromady představuje číslo, které se musí rovnat pravé straně. Samotné vynásobení rovnice chybou není (pokud se provede správně) jen nejde o nejuvhodnější první úpravu. V bodě c) je samozřejmě také možné nejdříve roznásobit závorku.

Př. 3: Vyřeš rovnice.

a) $2(x+3)+1 = 3x-(x+2)$

b) $3(2-x)+2x = 2(3x+2)$

c) $3(x-3)+2(x+2) = 3(2-x)$

d) $3(2x+1)-(x+2) = 2(x+2)+3(x-1)$

a) $2(x+3)+1 = 3x-(x+2)$

$2x+6+1 = 3x-x-2$

$2x+7 = 2x-2 \quad / -7$

b) $3(2-x)+2x = 2(3x+2)$

$6-3x+2x = 6x+4$

$6-x = 6x+4 \quad / +x$

$$2x = 2x - 9 \quad / -2x$$

$$0 = -9$$

Pro žádné reálné číslo se obě strany nemohou rovnat \Rightarrow rovnice nemá žádné řešení.

$$K = \emptyset$$

$$c) 3(x-3) + 2(x+2) = 3(2-x)$$

$$3x - 9 + 2x + 4 = 6 - 3x$$

$$5x - 5 = 6 - 3x \quad / +3x$$

$$8x - 5 = 6 \quad / +5$$

$$8x = 11 \quad / :8$$

$$x = \frac{11}{8}$$

$$K = \left\{ \frac{11}{8} \right\}$$

$$6 = 7x + 4 \quad / -4$$

$$7x = 2 \quad / :7$$

$$x = \frac{2}{7}$$

$$K = \left\{ \frac{2}{7} \right\}$$

$$d) 3(2x+1) - (x+2) = 2(x+2) + 3(x-1)$$

$$6x + 3 - x - 2 = 2x + 4 + 3x - 3$$

$$5x + 1 = 5x + 1 \quad / -5x - 1$$

$$0 = 0$$

Za x můžeme dosadit libovolné číslo (je to vidět i z předchozího řádku, kde jsou obě strany rovnice stejné) $\Rightarrow K = R$

Pedagogická poznámka: V bodech a) a d) mají žáci problémy s tím, že to vychází "divně".

Chci, aby si zkoušeli zjistit, pro která čísla rovnice vyjde, a tím objevili řešení.

Zajímavým jevem v bodu d) je snaha obejít odstraňování mínusu před závorkou jejím převedením na druhou stranu. Na jednu stranu jde o zajímavou invenci při řešení problému, na druhou stranu je třeba, aby odstranění mínusu před závorkou nedělalo žádné problémy, proto trvám na přepočítání.

Př. 4: Vyřeš rovnice.

$$a) a - \frac{a}{3} + \frac{1}{2} = \frac{1}{3}(2a-1)$$

$$b) -\frac{5x+3}{12} + 1 = \frac{2x-3}{9} - x$$

$$a) a - \frac{a}{3} + \frac{1}{2} = \frac{1}{3}(2a-1) \quad / \cdot 6$$

$$6a - 2a + 3 = 2(2a-1)$$

$$4a + 3 = 4a - 2 \quad / -4a$$

$$3 = -2 \quad K = \emptyset$$

$$b) -\frac{5x+3}{12} + 1 = \frac{2x-3}{9} - x \quad / \cdot 36$$

$$-3(5x+3) + 36 = 4(2x-3) - 36x$$

$$-15x - 9 + 36 = 8x - 12 - 36x$$

$$-15x + 27 = -28x - 12 \quad / +28x$$

$$13x + 27 = -12 \quad / -27$$

$$13x = -39 \quad / :13$$

$$x = -3 \quad K = \{-3\}$$

Př. 5: Vyřeš rovnice.

$$a) (x-3)(x+2) = (x+1)^2$$

$$b) 3(x+2)^2 - 2(x-1)^2 = (x-1)(x+4)$$

$$a) (x-3)(x+2) = (x+1)^2$$

$$x^2 + 2x - 3x - 6 = x^2 + 2x + 1 \quad / -x^2$$

$$-x - 6 = 2x + 1 \quad / +x - 1$$

$$-7 = 3x \quad / :3$$

$$b) 3(x+2)^2 - 2(x-1)^2 = (x-1)(x+4)$$

$$3(x^2 + 4x + 4) - 2(x^2 - 2x + 1) = x^2 + 4x - x - 4$$

$$3x^2 + 12x + 12 - 2x^2 + 4x - 2 = x^2 + 3x - 4$$

$$x^2 + 16x + 10 = x^2 + 3x - 4 \quad / -x^2 - 3x$$

$$x = -\frac{7}{3}$$

$$K = \left\{ -\frac{7}{3} \right\}$$

$$13x + 10 = -4 \quad / -10$$

$$13x = -14$$

$$x = -\frac{14}{13}$$

$$K = \left\{ -\frac{14}{13} \right\}$$

Př. 6: Vyřeš rovnice.

a) $x^2 = 4$ b) $x(x+2)(x-3) = 0$ c) $x^2 - 1 = 0$ d) $(x+2)(x+3) = 7$

a) $x^2 = 4$

Hledáme čísla, jejichž druhá mocnina je 4 \Rightarrow
taková čísla jsou 2 a -2 $\Rightarrow K = \{-2; 2\}$

b) $x(x+2)(x-3) = 0$

Levou stranu rovnice tvoří součin tří čísel,
pravou nula \Rightarrow pokud se některé z čísel vlevo
bude rovnat nule, rovnice vyjde, pokud ne,
rovnice nevyjde \Rightarrow chceme:

- $x = 0$,
- $x + 2 = 0 \Rightarrow x = -2$,
- $x - 3 = 0 \Rightarrow x = 3$.

$$K = \{0; -2; 3\}$$

c) $x^2 - 1 = 0 \quad / +1$

$$x^2 = 1$$

Hledáme čísla, jejichž druhá mocnina je 1 \Rightarrow
taková čísla jsou 1 a -1 $\Rightarrow K = \{-1; 1\}$

d) $(x+2)(x+3) = 7$

Zdánlivě podobné bodu b), ale na pravé straně
není nula \Rightarrow proto nás nezajímá, kdy je vlevo
nula \Rightarrow zkusíme rovnici upravit.

$$x^2 + 3x + 2x + 6 = 7$$

$$x^2 + 5x + 6 = 7 \quad / -7$$

$$x^2 + 5x - 1 = 0$$

Tak tohle zatím ještě vyřešit nedokážeme.

Shrnutí: Při úpravách rovnic děláme s oběma stranami to samé, abychom zachovali rovnost.