

4.2.15 Slovní úlohy o společné práci II (kariéra pana ředitele)

Předpoklady: 040214

Pedagogická poznámka: Následující hodina je spíše sranda. Dá se použít jako výstup (kam až se žáci dopočítají) nebo procvičení látky z minulé hodiny. V případě spěchu je možné ji vynechat (neobsahuje nic nového).

Př. 1: Starou sekačkou pan školník poseká areál za 6 hodin, novou za 3 hodiny. Jak dlouho bude trvat posekání před neohlášenou návštěvou ministra školství, jestli kromě pana školníka s novou sekačkou bude sekát i pan ředitel se starou?

Nejednodušší typ příkladu na společnou práci, dá se řešit úsudkem. Sledujeme průběh sekání:

Nová sekačka: celý areál ... 3 hodiny \Rightarrow za 1 hodinu ... $\frac{1}{3}$ areálu.

Stará sekačka: celý areál ... 6 hodiny \Rightarrow za 1 hodinu ... $\frac{1}{6}$ areálu.

Obě sekačky za 1 hodinu: $\frac{1}{3} + \frac{1}{6} = \frac{2+1}{6} = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$ areálu \Rightarrow celý areál posekají za 2 hodiny.

Pan ředitel s panem školníkem posekají s oběma sekačkami areál za 2 hodiny (a pan ministr bude mít radost).

Př. 2: Pan ministr školství byl kvalitou trávníku okolo školy tak potěšen, že se školou pana ředitele se dvěma sekačkami, sloučil jinou sousední školu, která měla neschopného ředitele s žádnou sekačkou. Pan školník tak musel sekát svými sekačkami oba areály (naštěstí byly vedle sebe). Sekání však bylo víc než dříve a tak posekání všech pozemků trvalo novou sekačkou trvalo 4 hodiny, starou 8 hodin. Jednou před návštěvou z krajského úřadu pan školník zase musel sekát celý areál. Pan ředitel mu však mohl pomoci až po dvou hodinách. Jak dlouho pan školník na nové sekačce sekal?

Nová sekačka: celý areál ... 4 hodiny \Rightarrow za 1 hodinu ... $\frac{1}{4}$ areálu.

Stará sekačka: celý areál ... 8 hodiny \Rightarrow za 1 hodinu ... $\frac{1}{8}$ areálu.

Doba, po kterou sekala nová sekačka ... x
Doba, po kterou sekala stará sekačka ... $x - 2$.

Plocha posekaná novou i starou sekačkou představuje celý areál: $\frac{x}{4} + \frac{x-2}{8} = 1 \quad / \cdot 8$

$$2x + x - 2 = 8 \quad / +2$$

$$3x = 10 \quad / :3$$

$$x = \frac{10}{3} = 3\frac{1}{3}$$

Pan školník sekal 3 hodiny 20 minut, pak ředitel 1 hodinu a 20 minut.

Pedagogická poznámka: Někteří žáci sestavují rovnice typu $\frac{x}{4} + \frac{x}{8} = 1 - \frac{1}{2}$ (plocha posekaná novou sekačkou + plocha posekaná starou sekačkou se rovná ploše, která zbývala posekat ve chvíli, kdy začal se sekáním pomáhat i pan ředitel).

Př. 3: Delegation z krajského úřadu byla z trávníků nadšená a přeřadila pod školu krajský sportovní areál. Tím se plocha trávníků tak rozrostla, že samotnou novou sekačkou by posekání všech trávníků trvalo 20 hodin. Stará sekačka musela na věčný odpočinek a místo ní škola koupila traktůrek. Školník v traktůrku a pan ředitel s novou sekačkou tak dokázali trávníky posekat před návštěvou pana prezidenta za 4 hodiny. Za jak dlouho by posekal celý areál jen pan školník s novým snovým traktůrkem?

Nová sekačka: celý areál ... 20 hodin \Rightarrow za 1 hodinu ... $\frac{1}{20}$ areálu.

Traktůrek: celý areál ... x hodin \Rightarrow za 1 hodinu ... $\frac{1}{x}$ areálu.

Za 4 hodiny společné práce byl posekán celý areál: $\frac{4}{20} + \frac{4}{x} = 1$ $\cdot 20x$

$$4x + 4 \cdot 20 = 20x \quad / -4x$$

$$16x = 80 \quad / :16$$

$$x = 5$$

Samotným traktůrkem by pan školník posekal všechny trávníky za 5 hodin.

Dodatek: Příklad je možné vyřešit také rovnicí, která vyjadřuje, jakou část práce vykonají oba sekači za jednu hodinu: $\frac{1}{20} + \frac{1}{x} = \frac{1}{4}$.

Př. 4: I pan prezident byl nadšen kvalitou trávníků a nabídl panu řediteli funkci vrchního správce trávníků na zámku v Lánech. Pan ředitel souhlasil, vzal si s sebou jako zástupce pana školníka a oba pak spokojení sekali. Nakoupili dva traktůrky, ředitelský byl trochu výkonnější, protože posekání celého areálu na něm bylo o 5 hodin rychlejší než posekání na traktůrku pana zástupce. Pokud sekali společně měli práci hotovou za 6 hodin. Jak dlouho trvalo posekání areálu na ředitelském a jak dlouho na zástupcovském traktůrku?

Ředitelský traktůrek: celý areál ... x hodin \Rightarrow za 1 hodinu ... $\frac{1}{x}$ areálu.

Zástupcovský traktůrek: celý areál ... x+5 hodin \Rightarrow za 1 hodinu ... $\frac{1}{x+5}$ areálu.

Společně posekali areál za 6 hodin: $\frac{6}{x} + \frac{6}{x+5} = 1$ $\cdot x(x+5)$

$$6(x+5) + 6x = x(x+5)$$

$$6x + 30 + 6x = x^2 + 5x$$

$$12x + 30 = x^2 + 5x \quad / -12x - 30$$

$$x^2 - 7x - 30 = (x-10)(x+3) = 0$$

\Rightarrow dvě řešení: $x = 10$
 $x = -3$ nemá smysl, doba sekání nemůže být záporná.

Na ředitelském traktůrku trvalo posekání 10 hodin, na zástupcovském 15 hodin.

Př. 5: Bývalý pan ředitel a vrchní správce trávníků svou práci vykonával tak svědomitě, že se stal jedním z nejbližších a nejdůvěrnějších spolupracovníků pana prezidenta, který miloval krátké procházky na dokonale střižených trávnících lánského zámku. Před vypršením svého mandátu tak pan prezident pana vrchního správce navrhl jako kompromisního nestranického kandidáta na nového prezidenta. Protože se ukázalo, že problematika sekání trávníků dokáže sjednocovat všechny vrstvy společnosti, stal se bývalý pan ředitel a poté vrchní správce trávníků v přímé volbě novým prezidentem. Sekání trávníků nejen zůstalo jeho oblíbenou kratochvílí, ale také častou hlavní náplní doplňkových programů zahraničních návštěv. U příležitosti návštěvy amerického prezidenta byl zakoupen speciální památeční sekací traktůrek s o pětinu větším výkonem než traktůrek pana prezidenta. Oba státníci spolu sekali na svých traktůrcích pouze 40 minut. Na opuštěný pažit pak nastoupil se svým traktůrkem bývalý pan školník. Bývalý pan ředitel se k němu připojil ihned po návratu z letiště, kam odjel vyprovodit svého amerického kolegu a společně práci za čtyři hodiny dokončili. Jak dlouho bývalý pan ředitel vyprovázel svůj americký protějšek?

Ředitelský traktůrek: celý areál ... 10 hodin \Rightarrow za 1 hodinu ... $\frac{1}{10}$ areálu.

Zástupcovský traktůrek: celý areál ... 15 hodin \Rightarrow za 1 hodinu ... $\frac{1}{15}$ areálu.

Prezidentský traktůrek: o pětinu větší výkon \Rightarrow potřebný čas bude o pětinu menší než

ředitelský traktůrek: celý areál ... 8 hodin \Rightarrow za 1 hodinu ... $\frac{1}{8}$ areálu.

$$40 \text{ min} = \frac{40}{60} \text{ h} = \frac{2}{3} \text{ h}$$

Oba státníci spolu sekali na svých traktůrcích pouze 40 minut \Rightarrow posekali $\frac{2}{3} \left(\frac{1}{8} + \frac{1}{10} \right)$

$$\frac{2}{3} \left(\frac{1}{8} + \frac{1}{10} \right) + x \frac{1}{15} + 4 \left(\frac{1}{10} + \frac{1}{15} \right) = 1$$

$$\frac{2}{3} \cdot \frac{1}{8} + \frac{2}{3} \cdot \frac{1}{10} + x \frac{1}{15} + \frac{4}{10} + \frac{4}{15} = 1$$

$$\frac{1}{12} + \frac{1}{15} + x \cdot \frac{1}{15} + \frac{2}{5} + \frac{4}{15} = 1 \quad / \cdot 4 \cdot 3 \cdot 5$$

$$5 + 4 + 4x + 24 + 16 = 60$$

$$4x + 49 = 60 \quad / -49$$

$$4x = 11 \quad / :4$$

$$x = \frac{11}{4} \text{ h} = 2 \text{ h } 45 \text{ min}$$

Bývalý pan ředitel doprovázel amerického prezidenta 2 hodiny a 45 minut.

Př. 6: Po zcela jednoznačné obhajobě a uplynutí druhého mandátu se bývalý pan ředitel a prezident chystal na zasloužený odpočinek. Jeho proslulost mezi světovými státníky však dosáhla takové úrovně, že mu byl ihned nabídnut post generálního tajemníka OSN. Pan ředitel pokračoval ve svých nejlepších tradicích a přivedl na svět mírový program "Neválčíme, sekáme" – program na tlumení konfliktů společnou prací světových státníků na zelených pažitech golfového resortu OSN v rozlehlých dálavách mongolské stepi nedaleko Ulánbátaru. Ještě známější se stala sekačková diplomacie, která mu pomohla urovnat blízkovýchodní konflikt mezi Izraelem a Palestinou. Pokaždé, když jednání uvízla na mrtvém bodě, odebral se bývalý pan ředitel s vedoucími delegací /někdy pouze s jedním, který více komplikoval jednání) do strojovny, nasedli na traktúrky a hodinu se věnovali údržbě golfových trávníků – bývalý pan ředitel na svém traktúrku, se kterým by celý resort posekal za 24 hodin, vedoucí na rychlejších (ale prý méně pohodlných) traktúrcích, z nichž každý sám by sekání zvládl za 21 hodin. Pak se všichni společně vraceli k jednacímu stolu. Tímto způsobem se podařilo po devíti kolech jednání dosáhnout míru, na který svět čekal osmdesát let (zlé jazyky tvrdí, že rozhodla obava obou delegací, že budou muset po osmi přestávkách kompletně posekaný areál začít sekat znovu od začátku). Kolikrát během jednání bývalý pan ředitel sekal pouze s jedním vedoucím delegace?

Traktůrek bývalého pana ředitele: celý areál ... 24 hodin \Rightarrow za 1 hodinu ... $\frac{1}{24}$ areálu.

Traktůrek vedoucího delegace: celý areál ... 21 hodin \Rightarrow za 1 hodinu ... $\frac{1}{21}$ areálu.

Část posekaná bývalým panem ředitelem: $8 \cdot \frac{1}{24}$.

Část posekaná vedoucími delegací dohromady: $(8 \cdot 2 - x) \cdot \frac{1}{21}$ (x je počet sekání s pouze jednou delegací).

Společně posekali celý resort: $\frac{(16-x)}{21} + \frac{1}{3} = 1$ / $-\frac{1}{3}$

$$\frac{16-x}{21} = \frac{2}{3} \quad / \cdot 21$$

$$16-x = 14 \quad / +x - 14$$

$$x = 2$$

Dvakrát během celého jednání sekal bývalý pan ředitel jen s jednou delegací.

Př. 7: Jednoho dne bývalého pana ředitele postihla při sekání na jeho vesnickém sídle náhlá srdeční příhoda. Přepadl přes svůj traktůrek tak nešťastně, že ho sekací nůž vážně poranil a přes snahu zdravotníků se již nepodařilo jeho život zachránit. Zkormoucené národy se loučili s velikánem, však ani po smrti jeho čínorodý duch nespočinul v otupujícím nicnedělání. Hned u nebeské brány jej zastavil svatý Petr a poprosil ho o pomoc při každodenní žni neustále rostoucí záplavy čerstvě zemřelých hříšných duší. Když svou nabídku podpořil zbrusu novou sekačku na hříšníky, uvědomil si bývalý pan ředitel svou zodpovědnost a stal se jeho spolupracovníkem. Ráno na začátku směny nastoupí svatý Petr do třídičky o výkonu 924 duší za minutu. Duše, které projdou třídičkou odcházejí do nebe, vytríděné hříšníky ihned zpracovává bývalý pan ředitel na své sekačce o výkonu 77 hříšníků za minutu. Jakmile svatý Petr přetřídí

všechny zemřelé z předchozího dne, přidá se k bývalému panu řediteli se sekačkou, která je vybavena přídatnou lištou zvyšující výkon na 99 hříšníků za minutu. Jak dlouho od počátku práce budou oba hotoví, jestliže předchozí den zemřelo přesně 155 232 lidí a každá třetí duše je v třídičce určena jako hříšná?

Počet hříšníků: $155\,232 : 3 = 51\,744$.

Doba, kterou stráví svatý Petr na třídičce: $155\,232 : 924 = 168$ minut.

Duše posekané bývalým panem ředitelem: $77 \cdot x$.

Duše posekané svatým Petrem: $99 \cdot (x - 168)$ (začíná sekat až po 168 minutách třídění).

Všechny hříšné duše budou posekány: $51\,744 = 77 \cdot x + 99 \cdot (x - 168)$.

$$51\,744 = 77x + 99x - 16\,632 \quad / +16\,632$$

$$68\,376 = 176x \quad / :176$$

$$x = 388,5 \text{ min} = 6 \text{ h } 28,5 \text{ min}$$

Svatý Petr s bývalým panem ředitelem zpracují všechny hříšné duše za 6 hodin a 28 minut a 30 sekund.

Př. 8: „Víš Petře“, povídá jednou bývalý pan ředitel svému partákovvi, poté co zaparkoval sekačku v technické místnosti a sundal si rukavice, „trochu mě trápí, že těch hříšníků máme stále víc. Kdysi to byl každá čtvrtá duše, teď každá třetí, za chvíli to bude každý druhý. Ten nenávidí muslimy, jiný židy, další nácky, támhle ten černochoy, pak třeba ti misogyni nebo bílí suprecemacisti, kteří nenávidí sluníčkáře, nebo liberální progresivisti, kteří nenávidí nevzdělaný vidláky, kteří jim ve volbách hlasují jinak, než by podle nich měli. Každý dělá podle někoho něco špatně, za co zaslouží věčného zatracení v mojí sekačce. Když to takhle půjde dál, za chvíli budeš moc třídičku vypnout a začínat na sekačce se mnou. Já už to asi nebudu moct dělat, vždyť bych časem musel posekat i sám sebe.“
“Ale tak to není, příteli“, začal ho utěšovat svatý Petr. “Třídička nekouká na špínu, kterou na duši naházeli jiní. Váží jen nenávisť, kterou cítila každá duše k někomu jinému a nestará se, pod jakou výmluvou si před sebou přemalovávala černou na bílou. A hlavně, nikoho neposíláš na věčné zatracení. Vždyť co by takovou duši mohlo být horšího než věčný život v ráji, ve kterém by se každý den užírala nenávisť k někomu, komu by už nemohla ublížit. Tvoje sekačka z duše jen vyseká všechny vzpomínky a křivdy, aby jednou až dostane na světě znovu šanci, mohla prožít nový život, po kterém by z třídičky vyšla správnou stranou. Ne, ne, bez Tvoje sekačky by to hříšné duše měly daleko těžší“, poplácal zkroušeného bývalého pana ředitele po rameni. “A teď už pojď, musíme ještě namazat převodovku, aby nám to zítra dobře sekalo. Přišlo mně, že Ti to nějak skřípe“.

Shrnutí: