

## 4.2.26 Slovní úlohy vedoucí na soustavy rovnic II

**Předpoklady:** 040201

**Př. 1:** Jestliže kratší stranu obdélníku zmenšíme o 1 cm, a delší zvětšíme o 2 cm zvětší se jeho obsah o  $6 \text{ cm}^2$ . Jestliže delší stranu o 1 zmenšíme a kratší o 1 zvětšíme, zvětší se jeho obsah o  $1 \text{ cm}^2$ . Urči strany obdélníku.

Delší strana ...  $d$   
Kratší strana ...  $k$

Původní obsah  $S = dk$

kratší stranu obdélníku zmenšíme o 1 cm, a delší zvětšíme o 2 cm zvětší se jeho obsah o  $6 \text{ cm}^2$  ...  $(d+2)(k-1) = dk+6$

delší stranu o 1 zmenšíme a kratší o 1 zvětšíme, zvětší se jeho obsah o  $1 \text{ cm}^2$  ...  
 $(d-1)(k+1) = dk+1$

Upravíme rovnice.

$$\begin{array}{lcl} (d+2)(k-1) = dk+6 & & (d-1)(k+1) = dk+1 \\ dk-d+2k-2 = dk+6 & / -dk+2 & dk+d-k-1 = dk+1 & / -dk+1 \\ 2k-d = 8 & & d-k = 2 \end{array}$$

Z pravé rovnice vypočteme  $d$  a dosadíme do první rovnice.

$$d-k = 2 \quad / +k$$

$$d = 2+k$$

Dosadíme.

$$2k - (2+k) = 8$$

$$k-2 = 8 \quad / +2$$

$$k = 10$$

Dopočteme  $d$ :  $d = 2+k = 2+8 = 10$ .

Kratší strana obdélníku má délku 10 cm, delší 12 cm.

**Př. 2:** Alena je o 22 let starší než její dcera Eva. Před sedmi lety byla Alena třikrát starší než Eva. Kolik jim let?

Alena ...  $a$  let  
Eva ...  $e$  let

Alena je o 22 let starší než její dcera Eva ...  $a = e + 22$

Před sedmi lety byla Alena třikrát starší než Eva ...  $(a-7) = 3(e-7)$

Upravíme druhou rovnici:  $a-7 = 3e-21 \quad / +7$

$$a = 3e - 14$$

Rovnice srovnáme:  $e+22 = 3e-14 \quad / -e+14$

$$36 = 2e \quad /:2$$

$$18 = e$$

$$\text{Dopočteme } a: a = e + 22 = 18 + 22 = 40$$

Aleně je 40 let, Evě 18.

**Př. 3:** 32 studentů kvarty se při hře rozdělilo do dvou tříd. Po prvním kole přešli čtyři studenti z první třídy do druhé, takže při druhém kole byla v druhé třídě polovina počtu studentů, kteří byli v první třídě během prvního kola. Jak byli studenti rozděleni do tříd při prvním kole?

První kolo v první třídě ...  $p$

První kolo v druhé třídě ...  $d$

32 studentů se rozdělilo do dvou tříd ...  $p + d = 32$

Při druhém kole v druhé třídě ...  $d + 4$

při druhém kole byla v druhé třídě polovina počtu studentů, kteří byli v první třídě během prvního kola ...  $(d + 4) \cdot 2 = p$

Dosadíme za  $p$  do první rovnice:  $(d + 4) \cdot 2 + d = 32$

$$2d + 8 + d = 32 \quad /-8$$

$$3d = 24 \quad /:3$$

$$d = 8$$

$$p = 32 - d = 32 - 8 = 24$$

Při prvním kole bylo v první třídě 24 studentů a v druhé 8 studentů.

**Př. 4:** Věra má dvakrát víc bratrů než sester. Každý z jejich bratrů má tolik sester, kolik má bratrů. Kolik má Věra sourozenců?

Počet sester ...  $s$

Počet bratrů ...  $b$

Věra má dvakrát více bratrů než sester: ...  $b = 2(s - 1)$  Věra je jedna ze sester  $\Rightarrow$  má o jednu sestru méně.

Každý z jejich bratrů má tolik sester, kolik má bratrů. ...  $b - 1 = s$  každý z bratrů je jeden z bratrů a tudíž má o jednoho bratra méně než je počet všech bratrů.

Z druhé rovnice si vyjádříme  $b$ :  $b - 1 = s$

$$b = s + 1$$

Rovnice srovnáme:  $2(s - 1) = s + 1$

$$2s - 2 = s + 1 \quad /-s + 2$$

$$s = 3$$

$$b = s + 1 = 3 + 1 = 4$$

Věra pochází ze sedmi sourozenců  $\Rightarrow$  má šest sourozenců.

**Př. 5:** Kolik litrů 36 % roztoku a kolik litrů 20 % roztoku musíme smíchat, abychom získali 4 litry 26 % roztoku?

počet litrů 36 % roztoku ...  $t$   
počet litrů 20 % roztoku ...  $d$

Abychom získali 4 litry roztoku ...  $t + d = 4$

Abychom získali 4 litry 26 % roztoku ...  $36 \cdot t + 20 \cdot d = 4 \cdot 26$

Vyjádříme z první rovnice a dosadíme do druhé.

$$t + d = 4 \quad / -d$$

$$t = 4 - d$$

Dosadíme.

$$36(4 - d) + 20d = 104$$

$$144 - 36d + 20d = 104$$

$$144 - 16d = 104 \quad / +16d - 104$$

$$40 = 16d \quad / :16$$

$$d = 2,5$$

Dopočteme  $t$ :  $t = 4 - d = 4 - 2,5 = 1,5$

Na výrobu 4 litrů 26 % roztoku musíme smíchat 1,5 litru roztoku o koncentraci 36 % a 2,5 litru roztoku o koncentraci 20 %.

**Př. 6:** Při výrobě se využívají dva roztoky. Pokud smícháme 1 litr silnějšího a 3 litry slabšího roztoku, vznikne roztok o koncentraci 30 %. Pokud smícháme 2 litry silnějšího a 4 litry slabšího roztoku, vznikne roztok o koncentraci 32 %. Urči koncentrace původních roztoků.

Koncentrace silnějšího roztoku ...  $x$

Koncentrace slabšího roztoku ...  $y$

1 litr silnějšího a 3 litry slabšího roztoku, vznikne roztok o koncentraci 30 % ...

$$1 \cdot x + 3 \cdot y = (1 + 3) \cdot 30$$

2 litry silnějšího a 4 litry slabšího roztoku, vznikne roztok o koncentraci 32 % ...

$$2x + 4y = (2 + 4) \cdot 32$$

Soustava:  $x + 3y = 120$   
 $2x + 4y = 192 \Rightarrow$  z první rovnice vyjádříme dosadíme do druhé.

$$x + 3y = 120 \quad / -3y$$

$$x = 120 - 3y$$

Dosadíme.

$$2(120 - 3y) + 4y = 192$$

$$240 - 6y + 4y = 192 \quad / -192$$

$$48 - 2y = 0 \quad / +2y$$

$$48 = 2y \quad / :24$$

$$y = 24$$

Dopočteme  $x$ :  $x = 120 - 3y = 120 - 3 \cdot 24 = 48$ .

Silnější roztok má koncentraci 48 %, slabší 24 %.

**Př. 7:** Pájka je slitina olova a cínu ve vhodném poměru. Kdybychom k vstupním surovině přidali tři díly cínu získali bychom slitinu obsahující 75 % cínu. Kdybychom ke vstupní surovině přidali dva díly olova a jeden díl cínu, získali bychom slitinu obsahující 50 % olova. Kolik dílů olova a kolik dílů cínu je obsaženo ve výchozí surovině?

počet dílů olova ...  $o \Rightarrow$  koncentrace olova:  $\frac{o}{o+c}$ .

počet dílů cínu ...  $c \Rightarrow$  koncentrace cínu:  $\frac{c}{o+c}$ .

přidali tři díly cínu získali bychom slitinu obsahující 75 % cínu ...  $\frac{c+3}{c+3+0} = 0,75$ .

dva díly olova a jeden díl cínu, získali bychom slitinu obsahující 50 % olova ...

$$\frac{o+2}{o+2+c+1} = 0,5$$

Upravíme rovnice.

$$\frac{c+3}{c+3+0} = 0,75 \quad / \cdot o+c+3$$

$$c+3 = \frac{3}{4}(o+c+3) \quad / \cdot 4$$

$$4c+12 = 3o+3c+9 \quad / -4c-9$$

$$3 = 3o - c$$

$$\frac{o+2}{o+2+c+1} = 0,5 \quad / \cdot o+c+3$$

$$o+2 = \frac{1}{2}(o+c+3) \quad / \cdot 2$$

$$2o+4 = o+c+3 \quad / -o-4$$

$$o = c - 1$$

Z pravé rovnice dosadíme za  $o$  do první rovnice.

$$3 = 3(c-1) - c$$

$$3 = 3c - 3 - c \quad / +3$$

$$6 = 2c \quad / :2$$

$$c = 3$$

Dopočteme  $o$ :  $o = c - 1 = 3 - 1 = 2$

Pájka se skládá ze tří dílů cínu a dvou dílů olova.

**Shrnutí:**