

### 4.3.3 Podobnost trojúhelníků I

**Předpoklady:** 040302

**Př. 1:** Trojúhelník  $ABC$  je podobný trojúhelníku  $KLM$  s koeficientem podobnosti  $k = 2,5$ . Urči délky stran trojúhelníku  $ABC$ , jestliže pro trojúhelník  $KLM$  platí:  $k = 6$  cm,  $l = 14$  cm,  $m = 16$  cm.

Podobný s koeficientem 2,5:

- $a = 2,5 \cdot k = 2,5 \cdot 6 = 15$  cm,
- $b = 2,5 \cdot l = 2,5 \cdot 14 = 35$  cm,
- $c = 2,5 \cdot m = 2,5 \cdot 16 = 40$  cm.

Trojúhelník  $ABC$  má délky stran  $a = 15$  cm,  $b = 35$  cm,  $c = 40$  cm.

**Př. 2:** Dopočti zbývající strany, jestliže platí  $ABC \sim EFG$ ,  $|AB| = 14$  cm,  $|BC| = 6$  cm,  $|FG| = 9$  cm,  $|EG| = 18$  cm.

Ze známých stran si odpovídají strany  $BC$  a  $FG \Rightarrow$  určíme koeficient podobnosti:

$$k = \frac{|FG|}{|BC|} = \frac{9}{6} = \frac{3}{2}.$$

Dopočteme zbývající strany:

- $|EF| = k |AB| = \frac{3}{2} \cdot 14 \text{ cm} = 21 \text{ cm}$
- $|EG| = k |AC| \Rightarrow |AC| = \frac{|EG|}{k} = \frac{18}{\frac{3}{2}} \text{ cm} = 12 \text{ cm}$

Platí:

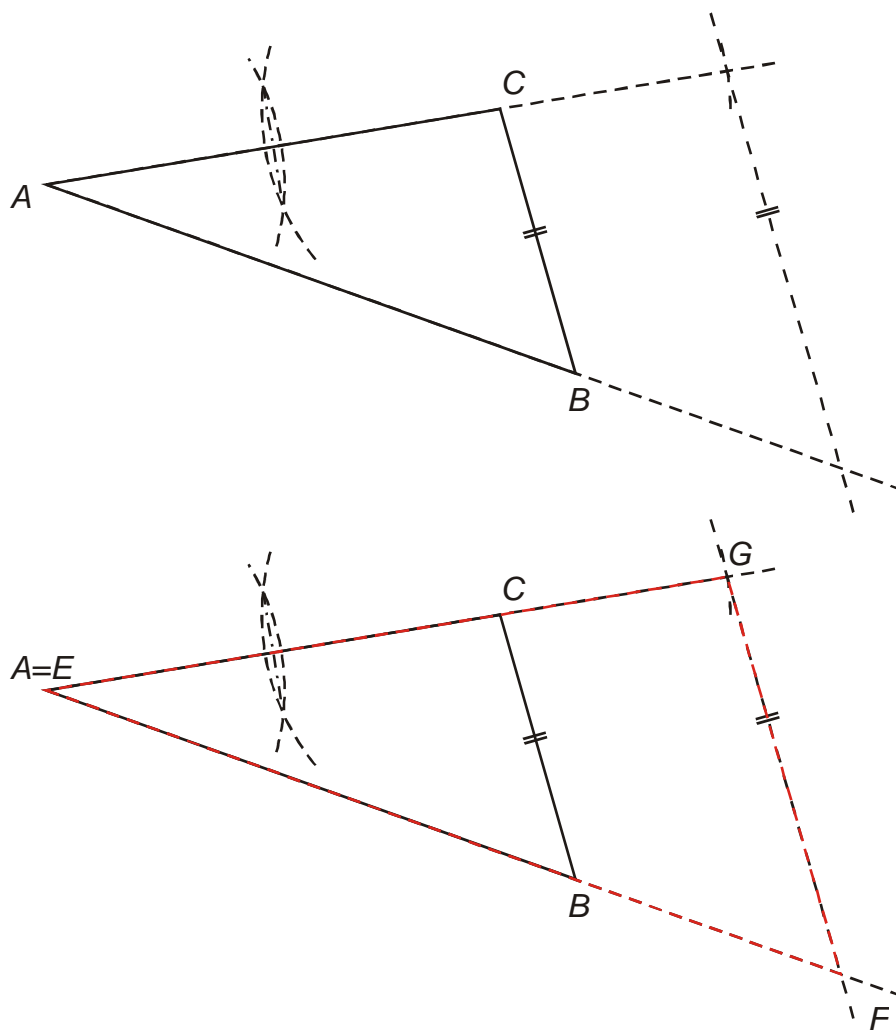
- Trojúhelník  $ABC$ :  $|AB| = 14$  cm,  $|BC| = 6$  cm,  $|CA| = 12$  cm.
- Trojúhelník  $EFG$ :  $|EF| = 21$  cm,  $|FG| = 9$  cm,  $|EG| = 18$  cm.

**Pedagogická poznámka:** Žáci řeší příklad různě (někteří dokonce využívají poměry v rámci trojúhelníků), vše z čeho je vidět schopnost orientace je v pořádku.

**Př. 3:** Narýsuj libovolný trojúhelník  $ABC$ . Dorýsuj do obrázku co nejúspornějším způsobem trojúhelník  $EFG$ , který je s trojúhelníkem  $ABC$  podobný s koeficientem

$$k = \frac{3}{2}.$$

Prodloužíme dvě libovolné strany trojúhelníku, jednu z nich zvětšíme v poměru 3:2 a uděláme rovnoběžku z třetí stranou.



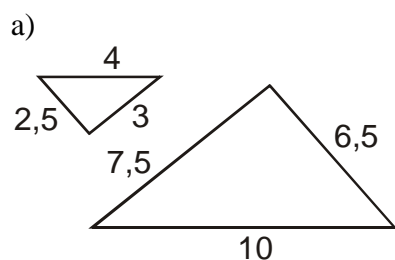
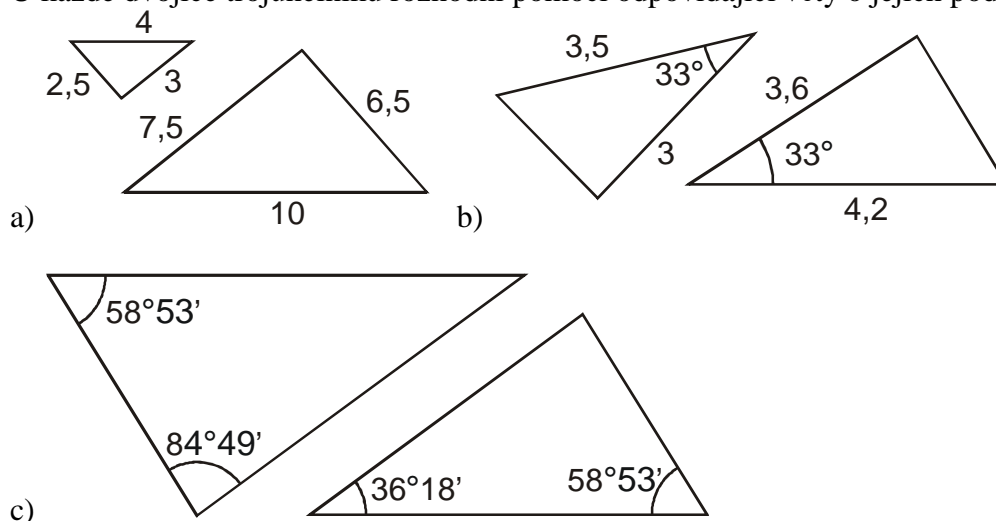
**Pedagogická poznámka:** Objevuje se ledacos, ale řešení z učebnice jen velmi vzácně. Kdy ho ukáží na tabule všem se líbí a oceňují, že je opravdu nejjednodušší.

**Př. 4:** V minulých ročnících jsme používali věty o shodnosti trojúhelníků, pomocí kterých jsme dokazovali shodnosti trojúhelníků. Ke většině vět o shodnosti existuje věta o podobnosti, která umožňuje dokazovat u trojúhelníků podobnost. Sepiš věty o shodnosti trojúhelníků a k nim odpovídající věty o podobnosti trojúhelníků.

Věta o shodnosti		Věta o podobnosti	
<i>sss</i>	Dva trojúhelníky jsou shodné, jestliže se shodují ve všech třech stranách.	<i>sss</i>	Dva trojúhelníky jsou podobné, jestliže se shodují poměry velikostí všech tří navzájem si odpovídajících stran.
<i>sus</i>	Dva trojúhelníky jsou shodné, jestliže se shodují ve dvou stranách a úhlu, který strany svírají.	<i>sus</i>	Dva trojúhelníky jsou podobné, jestliže se shodují v poměrech dvou odpovídajících si stran a úhlu, který strany svírají.
<i>usu</i>	Dva trojúhelníky jsou shodné, jestliže se shodují v jedné straně a přilehlých úhlech.	<i>uu</i>	Dva trojúhelníky jsou podobné, jestliže se shodují ve dvou úhlech (shoda ve třetím je zřejmá, kvůli

			součtu $180^\circ$ ).
<i>Ssu</i>	Dva trojúhelníky jsou shodné, jestliže se shodují ve dvou stranách a úhlu proti větší z nich.		Není věta o podobnosti.

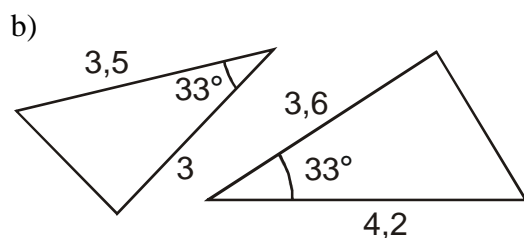
**Př. 5:** U každé dvojice trojúhelníku rozhodni pomocí odpovídající věty o jejich podobnosti.



Známe všechny strany  $\Rightarrow$  kontrolujeme poměry odpovídajících si stran, zda platí věta *sss* o podobnosti:

- $\frac{10}{4} = \frac{5}{2} = 2,5,$
- $\frac{7,5}{3} = \frac{75}{30} = \frac{15}{6} = \frac{5}{2} = 2,5,$
- $\frac{6,5}{2,5} = \frac{65}{25} = \frac{13}{5} = 2,6$

$\Rightarrow$  trojúhelníky nejsou podobné.



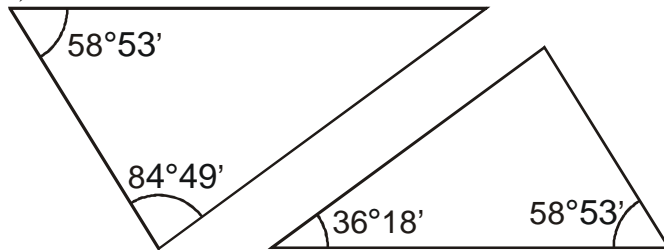
Zakreslené úhly jsou shodné  $\Rightarrow$  kontrolujeme poměry stran:

- $\frac{4,2}{3,5} = \frac{42}{35} = \frac{6}{5} = 1,2,$

- $\frac{3,6}{3} = \frac{36}{30} = \frac{6}{5} = 1,2$

⇒ trojúhelníky jsou si podobné podle věty *sus*.

c)



U jednoho z trojúhelníků musíme dopočítat třetí úhel (zda se shoduje se zbývajícím úhlem v druhém trojúhelníku).

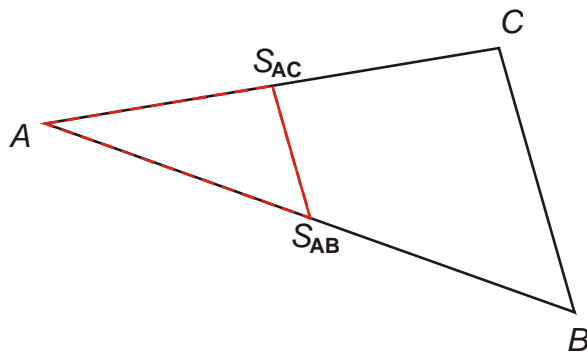
$$180^\circ - (36^\circ 18' + 58^\circ 53') = 180^\circ - 94^\circ 71' = 179^\circ 60' - 95^\circ 11' = 84^\circ 49'$$

Trojúhelníky se shodují ve dvou úhlech ⇒ trojúhelníky jsou si podobné.

**Pedagogická poznámka:** V bodě c) mají někteří problémy s minutami. Připomínám maximálně, že stupeň má 60 minut.

**Př. 6:** Užitím podobnosti dokaž vlastnosti střední příčky v trojúhelníku.

Střední příčka je rovnoběžná se stranou, na které neleží její krajní bod, a má poloviční délku než tato strana.



Narýsováním příčky  $S_{AC}S_{AB}$  získáme trojúhelník  $AS_{AC}S_{AB}$ , který je podobný s trojúhelníkem  $ABC$  s koeficientem podobnosti 0,5 podle věty *sus*:

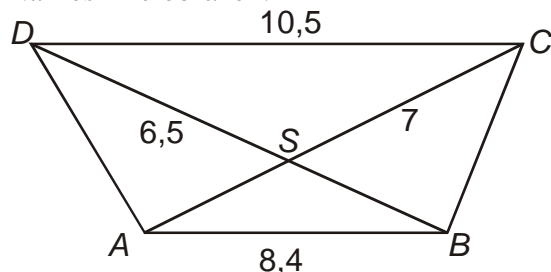
- $|AS_{AC}| = 0,5|AC|$ ,
- úhel  $\alpha$  je pro oba trojúhelníky společný,
- $|AS_{AB}| = 0,5|AB|$ .

Z podobnosti obou trojúhelníků vyplývá:

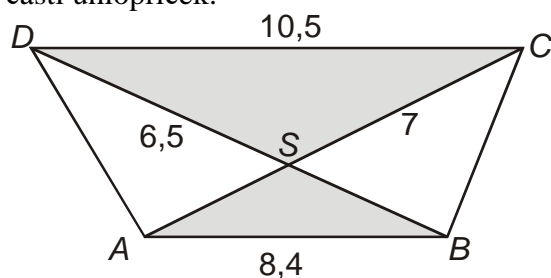
- $|S_{AB}S_{AC}| = 0,5|BC|$  (zbývajících strany podobných trojúhelníků),
- $S_{AB}S_{AC} \parallel BC$  (platí,  $|\sphericalangle AS_{AC}A_{AB}| = \gamma$ ).

**Př. 7:** Bod  $S$  je průsečíkem úhlopříček v lichoběžníku  $ABCD$  se základnami  $AB$  a  $CD$ . Urči délky úhlopříček  $AC$  a  $BD$ , jestliže v lichoběžníku znáš následující délky:  
 $|AB| = 8,4$  cm,  $|CD| = 10,5$  cm,  $|CS| = 7$  cm a  $|DS| = 6,5$  cm.

Nakreslíme obrázek.



V obrázku jsou dva podobné trojúhelníky, z jejich podobnosti můžeme dopočítat zbývající části úhlopříček.



Určíme koeficient podobnosti:  $k = \frac{|AB|}{|CD|} = \frac{8,4}{10,5} = 0,8$ .

Dopočteme strany trojúhelníku  $ABS$ :

- $|BS| = k |DS| = 0,8 \cdot 6,5$  cm = 5,2 cm,
- $|AS| = k |CS| = 0,8 \cdot 7$  cm = 5,6 cm.

Určíme délky úhlopříček:

- $|AC| = |AS| + |SC| = 5,6 + 7$  cm = 13,6 cm,
- $|BD| = |BS| + |SD| = 5,2 + 6,5$  cm = 11,7 cm.

**Shrnutí:** Podobnost trojúhelníků určíme podle vět analogických větám o shodnosti trojúhelníků.