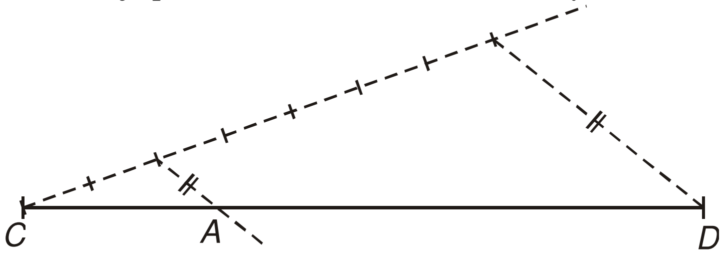
4.3.7 Další příklady na využití podobnosti

Předpoklady: 040306

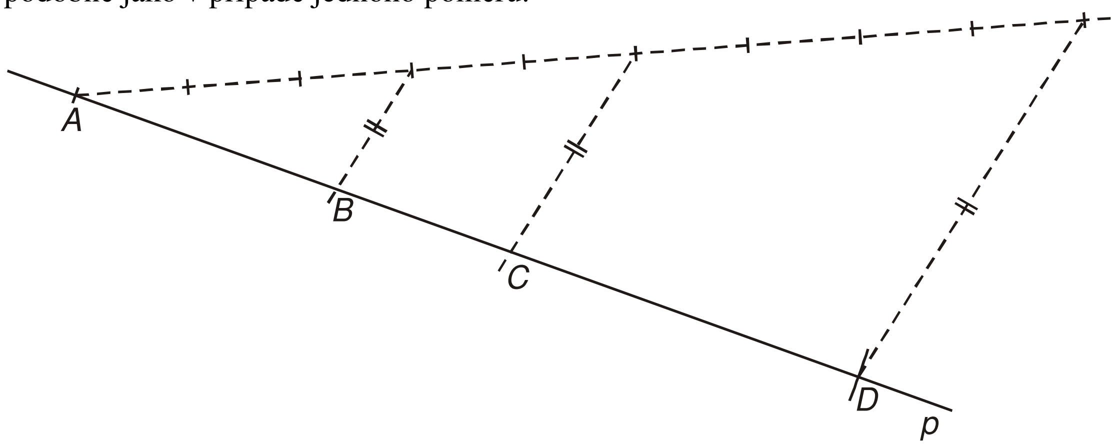
Př. 1: Libovolnou úsečku CD rozděl bodem A tak, aby platilo $\frac{|CA|}{|AD|} = \frac{2}{5}$.

V zadání je poměr mezi dvěma částmi úsečky CD $\Rightarrow$ celá úsečka má $2+5=7$ dílů.

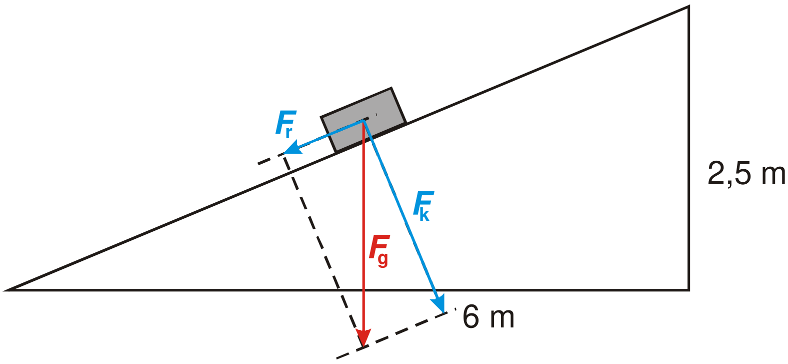


Př. 2: Narýsuj přímku p. Na přímku postupně umísti body A, B, C, D (v tomto pořadí) tak, aby platilo: $|AB|:|BC|:|CD| = 3:2:4; |AD| = 11\,\text{cm}$. Měření použij pouze pro určení vzdálenosti AD.

V zadání poměr mezi částmi úsečky AD $\Rightarrow$ celá úsečka má $3+2+4=9$ dílů. Dělení probíhá podobně jako v případě jednoho poměru.

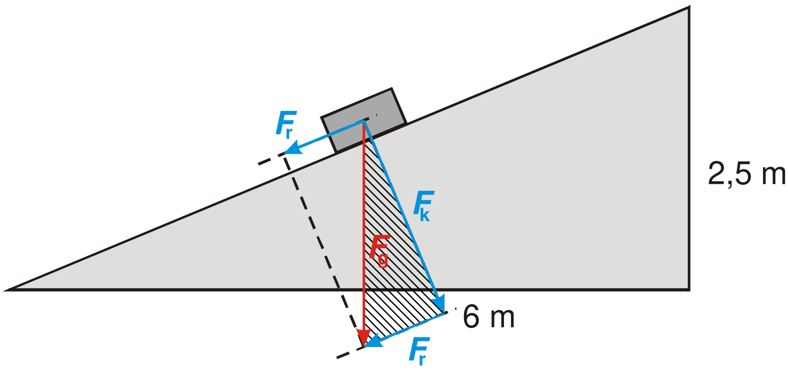


Př. 3: Na obrázku je zakreslen rozklad gravitační síly na nakloněné rovině. Urči velikost složek F_r a F_k, jestliže platí $v = 2,5\ \text{m}$, $d = 6\ \text{m}$, $F_g = 1500\ \text{N}$.



Na obrázku jsou dva podobné trojúhelníky:

- trojúhelník nakloněné roviny,
- trojúhelník tvořený silou F_g a jejími složkami.



Pro využití poměru trojúhelníků potřebujeme znát přeponu trojúhelníku nakloněné roviny (odpovídá síle F_g, která je jedinou známou stranou v silovém trojúhelníku).

Použijeme Pythagorovu větu: $c^2 = a^2 + b^2 = 6^2 + 2,5^2 = 42,25$

$c = \sqrt{42,25} = 6,5\ \text{m}$

Nyní můžeme dopočítat složky síly F_g:

- $\frac{F_k}{F_g} = \frac{6}{6,5} \Rightarrow F_k = \frac{6}{6,5} \cdot F_g = \frac{6}{6,5} \cdot 1500\ \text{N} = 1380\ \text{N}$,
- $\frac{F_r}{F_g} = \frac{2,5}{6,5} \Rightarrow F_r = \frac{2,5}{6,5} \cdot F_g = \frac{2,5}{6,5} \cdot 1500\ \text{N} = 580\ \text{N}$.

Síla F_g se rozloží na složky $F_k = 1380\ \text{N}$ a $F_r = 580\ \text{N}$.

Př. 4: Nakládací hrana nákladního automobilu je ve výšce 0,75 m. Řidič má k dispozici prkno o délce 4 m. Jakou silou bude muset tlačit vozík o hmotnosti 120 kg, když se ho bude po prknu snažit vyvézt a naložit do auta?

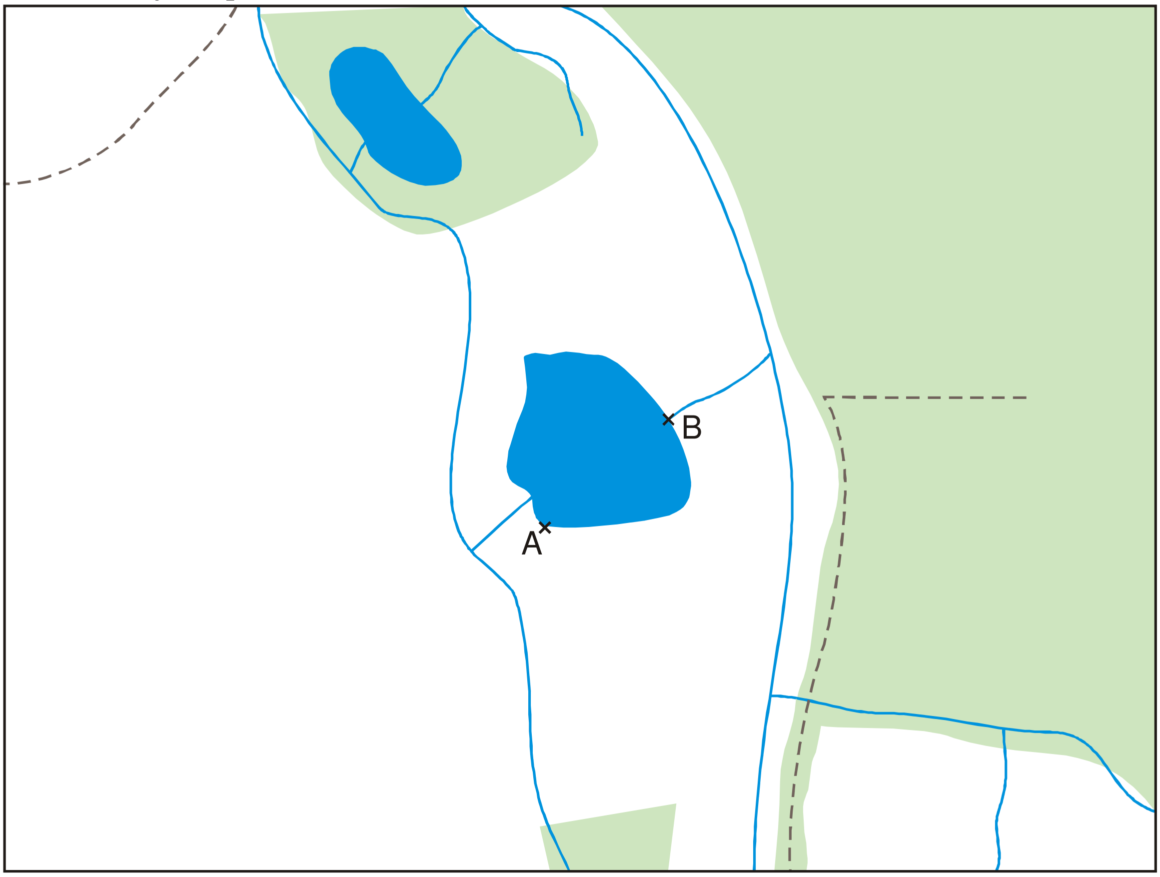
Podobné předchozímu příkladu, potřebujeme určit složku F_r gravitační síly F_g (působí ve směru nakloněné roviny a tlačí vozík dolů).

Stejný obrázek jako v předchozím příkladu, známe délku nakloněné roviny:

$$\frac{F_r}{F_g} = \frac{0,75}{4} \Rightarrow F_r = \frac{0,75}{4} \cdot F_g = \frac{0,75}{4} \cdot 1200\ \text{N} = 225\ \text{N}$$

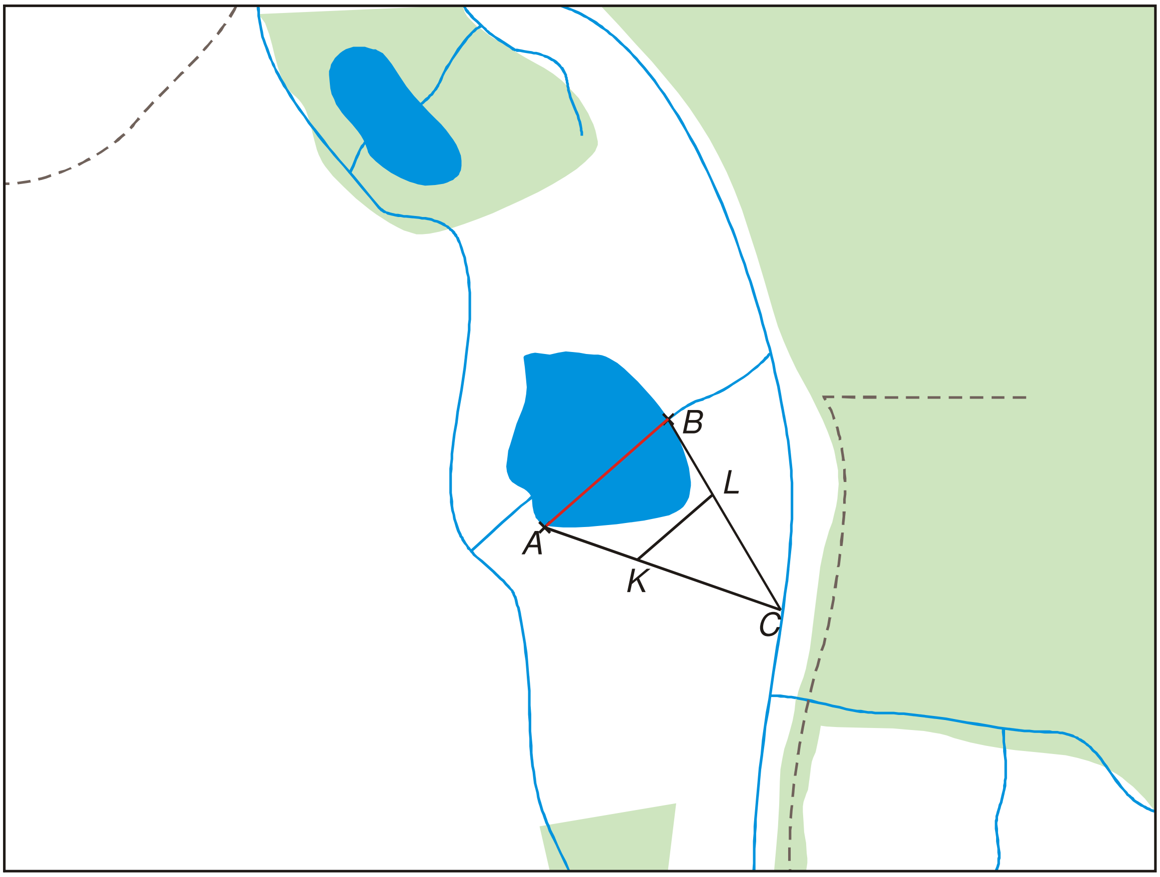
Řidič bude muset tlačit vozík po nakloněné rovině z prkna silou 225 N.

Př. 5: Na obrázku je mapa v měřítku 1:10 000.



V mapě jsou vyznačeny body *A*, *B*, jejichž vzdálenost by ve skutečnosti bylo těžké změřit. Navrhni způsob, jak pomocí podobnosti trojúhelníků změřit jejich vzdálenost pomocí dalších vzdáleností, které by se ve skutečnosti daly změřit snáze. Předpokládej, že kromě pásma máš k dispozici i buzolu. Popiš přesně postup měření. Hodnoty odečti z mapy, s jejich pomocí vypočítej vzdálenost bodů *A*, *B*. Výsledek zkontroluj změřením vzdálenosti bodů *A*, *B* na mapě.

Vyznačíme si na mapě další body, ze kterých je možné sestavit dva podobné trojúhelníky, z nichž jeden by měl stranu *AB*.



Trojúhelníky ABC a KLC jsou si podobné (v reálu bychom směr z bodu K do bodu L realizovali pomocí buzoly).
Potřebné vzdálenosti:
AC: mapa 3,3 cm $\Rightarrow$ reálně 330 m
KC: mapa 2,0 cm $\Rightarrow$ reálně 200 m
KL: mapa 1,3 cm $\Rightarrow$ reálně 130 m
Podobnost trojúhelníků: $\frac{|AB|}{|KL|} = \frac{|AC|}{|KC|} \Rightarrow |AB| = \frac{|AC|}{|KC|} \cdot |KL| = \frac{330}{200} \cdot 130 \text{ m} = 215 \text{ m}$

Kontrola:
AB: mapa 2,1 cm $\Rightarrow$ reálně 210 m

Body AB jsou ve skutečnosti vzdáleny 215 m.

Př. 6: Změř jedním ze způsobů z předchozí hodiny co nejpřesněji výšku učebny.

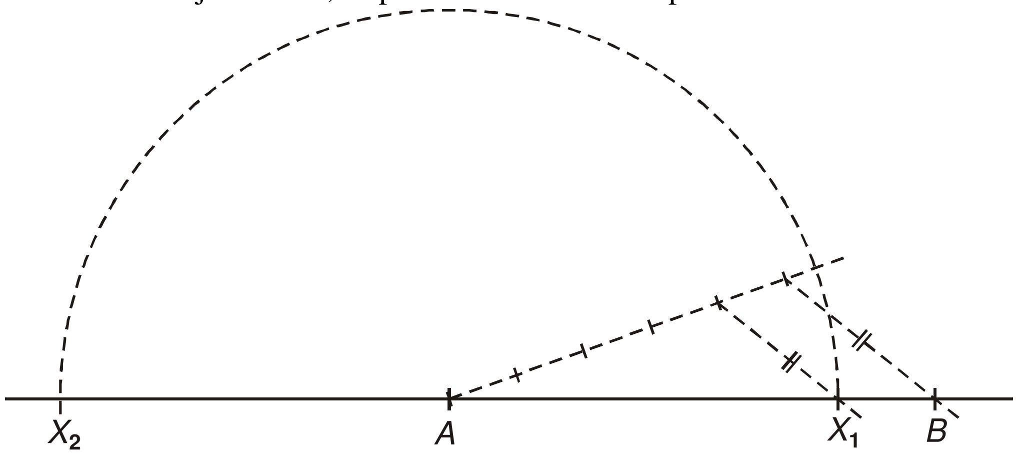
Použitelné jsou druhý (využití tyče) a třetí (využití zrcátka) postup. Konkrétní provedení záleží na třídě.

Př. 7: Jsou dány body A, B. Na přímce AB narýsuj všechny body X tak, aby platilo:
a) $|AX|:|AB| = 4:5$, b) $|BX|:|AB| = 4:3$.
Hledej co nejúspornější způsob narýsování.

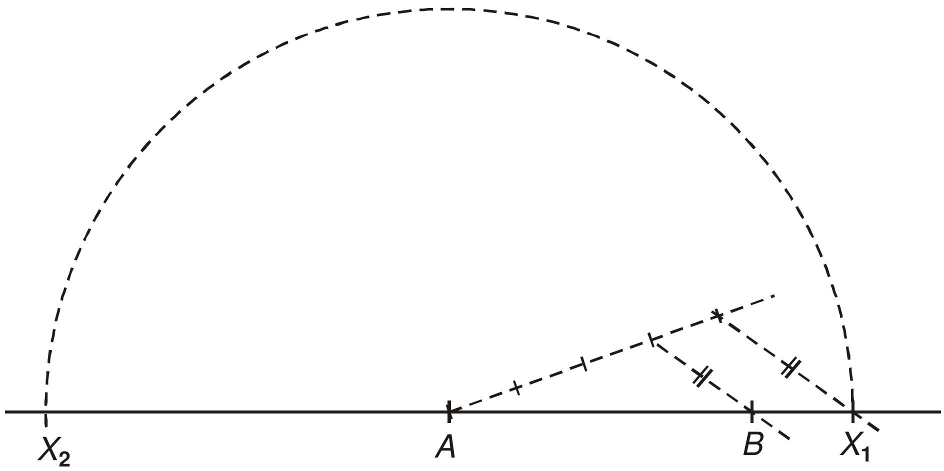
Zajímavá změna v zadání: nemáme rozdělit úsečku na dva díly, na přímce AB narýsovat všechny body $\Rightarrow$ Jaký význam má, že máme rýsovat na přímce AB? $\Rightarrow$ příklad bude mít dvě řešení, jeden bod uvnitř úsečky AB, druhý mimo ni.

a) $|AX|:|AB| = 4:5$

Celá úsečka AB představuje 5 dílů. První řešení nakreslíme stejně jako v předchozích úlohách, druhé řešení najdeme tím, že přeneseme vzdálenost prvního nalezeného bodu od bodu A.



b) $|BX|:|AB| = 4:3$



Shrnutí: