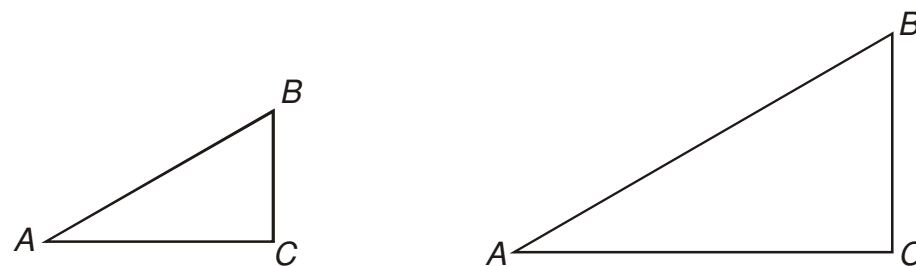


4.3.8 Funkceus

Předpoklady: 040307

Pedagogická poznámka: S úkolem 5 je třeba začít nejpozději 20 minut před koncem hodiny. Práci je možné zadat do dvojic, výhodnější jsou čtveřice, kde je větší pravděpodobnost diskuse o způsobu, jakým se úkol vyřeší.

Př. 1: Narýsuj dva libovolné různé pravoúhlé trojúhelníky $\gamma = 90^\circ$ s úhlem $\alpha = 30^\circ$. Co je na nich zajímavé? Proč? Zdůvodni.



Oba trojúhelníky jsou navzájem podobné. Shodují se ve dvou úhlech: 90° a 30° .

Př. 2: Najdi co nejvíce vlastností, které mají společné všechny pravoúhlé trojúhelníky ABC z příkladu 1 (s vnitřními úhly $\alpha = 30^\circ$, $\gamma = 90^\circ$).

Velikost zbývajícího úhlu 60° .

Poměry stran:

$$\bullet \quad \frac{a}{c} = 0,5; \quad \frac{b}{c} = 0,87; \quad \frac{c}{a} = 2; \quad \frac{c}{b} = 1,15; \quad \frac{a}{b} = 0,58; \quad \frac{b}{a} = 1,73$$

Pedagogická poznámka: Shodu v úhlech navrhuji všichni, u poměrů stran je třeba vyčkat (i přesto, že v uplynulých hodinách přišla několikrát na přetřes).

Př. 3: Ověř na trojúhelnících narýsovaných v příkladu 1, že pro ně platí hodnoty poměru $\frac{a}{c}$, $\frac{b}{c}$ a $\frac{a}{b}$.

Levý trojúhelník:

$$\bullet \quad \frac{a}{c} = \frac{1,7}{3,5} = 0,49$$
$$\bullet \quad \frac{b}{c} = \frac{3}{3,5} = 0,86$$
$$\bullet \quad \frac{a}{b} = \frac{1,7}{3} = 0,57$$

Pravý trojúhelník:

$$\bullet \quad \frac{a}{c} = \frac{2,9}{8,8} = 0,5$$
$$\bullet \quad \frac{b}{c} = \frac{5}{5,8} = 0,86$$
$$\bullet \quad \frac{a}{b} = \frac{2,9}{5} = 0,58$$

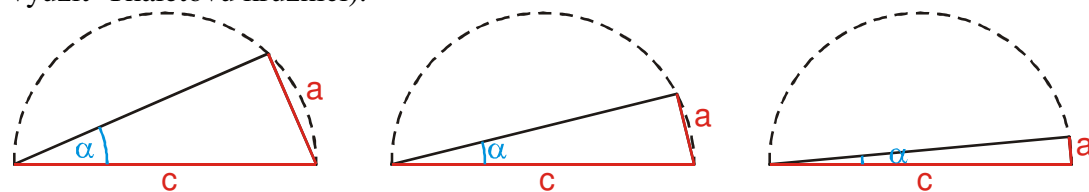
U všech správně narýsovaných trojúhelníků jsou hodnoty poměru stran stejné jako v příkladu 2 (pokud zohledníme nepřesnosti způsobené měřením na milimetry).

Z předchozího plyne jedna zajímavá věc: jakmile si zvolíme hodnotu úhlu (například $\alpha = 30^\circ$) získáme pravoúhlý trojúhelník, pro který vyjde stejná hodnota poměru $\frac{a}{c}$ ($\frac{b}{c}$; ...) \Rightarrow **hodnota poměru $\frac{a}{c}$ u pravoúhlého trojúhelníku je jednoznačně určena hodnotou úhlu α (z hodnoty úhlu 30° jsme získali hodnotu poměru $\frac{a}{c} = 0,5$).**

Situace, kdy z jednoho čísla x jednoznačně získáme jiné číslo y , v matematice nastává velmi často, říkáme, že **číslo y je funkcí čísla x** .

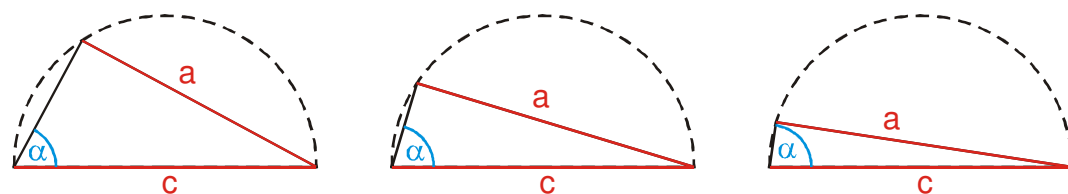
Př. 4: Jak se bude hodnota poměru $\frac{a}{c}$ měnit, když se bude hodnota úhlu α zmenšovat z hodnoty 30° k hodnotě 0° ? Jak se bude hodnota poměru $\frac{a}{c}$ měnit, když se bude hodnota úhlu α zvětšovat z hodnoty 30° ? Pro jakou největší hodnotu úhlu α má určování hodnoty $\frac{a}{c}$ smysl?

Představíme si pravoúhlé trojúhelníky s danou přeponou c a proměnou odvěsnou a (můžeme využít Thaletovu kružnici).



Při zmenšování α se zmenšuje strana a strana c se nemění \Rightarrow poměr $\frac{a}{c}$ se bude zmenšovat

(když se úhel zmenšuje k nule, tak hodnota poměru $\frac{a}{c}$ se také zmenšuje k nule).



Při zvětšování α se strana a zvětšuje daleko rychleji než strana c \Rightarrow poměr $\frac{a}{c}$ se bude

zvětšovat (když se úhel zvětšuje k 90° , tak hodnota poměru $\frac{a}{c}$ se zvětšuje k jedné).

Pedagogická poznámka: Následující úkol zadávám jako skupinovou práci pro 4 žáky.

Způsob, jakým jednotlivé skupiny pracují, neupřesňuji, mezi povolenými pomůckami je i kalkulačka, pouze sleduji, zda někde nevyužívají toho, že někdo ví, že jde o funkci sinus.

Př. 5: Dopln co nejpřesněji hodnoty poměru $\frac{a}{c}$ pro další velikosti úhlu α (úplně prázdné sloupce zatím nevyplňuj).

| | | | | | | | | | | |
|---------------------|--|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|--|
| α | | 10° | 20° | 30° | 40° | 50° | 60° | 70° | 80° | |
| poměr $\frac{a}{c}$ | | | | | | | | | | |

| | | | | | | | | | | |
|---------------------|--|------|------|------|------|------|------|------|------|--|
| α | | 10° | 20° | 30° | 40° | 50° | 60° | 70° | 80° | |
| poměr $\frac{a}{c}$ | | 0,17 | 0,34 | 0,50 | 0,64 | 0,77 | 0,87 | 0,94 | 0,98 | |

Shrnutí: Pokud se pravoúhlé trojúhelníky shodují v nepravém úhlu, shodují se i v poměrech odpovídajících si stran (například strany proti úhlu a přepony).