

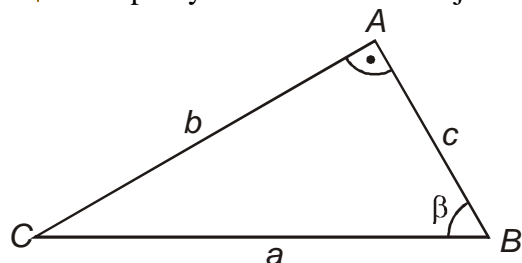
4.3.10 Sinus ostrého úhlu II

Předpoklady: 040309

Př. 1: Načrtni obrázek trojúhelníku ABC , jestliže platí $\sin \beta = \frac{b}{a} = 0,87$.

$$\sin \beta = \frac{b}{a} = 0,87 \Rightarrow$$

- přeponou trojúhelníku je strana $a \Rightarrow$ pravý úhel je u vrcholu A ,
- úhel β leží proti straně b a leží u vrcholu B (mělo by to tak být, ale pro jistotu to můžeme zkontrolovat),
- hodnota sinus je poměrně velká \Rightarrow úhel β je větší než $45^\circ \Rightarrow \beta$ je větším nepravým úhlem a strana b je delší odvěsnou.

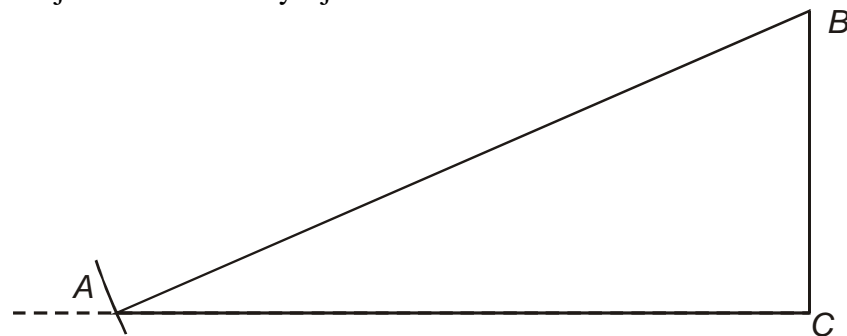


Př. 2: Funkce vytváří z hodnot úhlu hodnoty poměru stran. Často však potřebujeme z hodnoty poměru stran určit hodnotu úhlu. Při řešení této úlohy můžeme využít jak rýsování pravoúhlých trojúhelníků, tak pomocný obrázek půlkruhu. Urči úhel, pro který platí: a) $\sin \alpha = 0,4$ b) $\sin \beta = 0,75$ c) $\sin \gamma = 0,9$
Každý z obou zmiňovaných postupů použij alespoň jednou. Výsledky zkontroluj pomocí kalkulačky.

a) $\sin \alpha = 0,4$

$\sin \alpha = 0,4 \Rightarrow \frac{a}{c} = 0,4 \Rightarrow$ zvolíme si délky stran trojúhelníku tak, aby měly daný poměr, například (nejjednodušší varianta) $a = 4 \text{ cm}$, $c = 10 \text{ cm}$, pravý úhel je u vrcholu C .

Trojúhelník ABC narýsujeme a změříme velikost úhlu α .

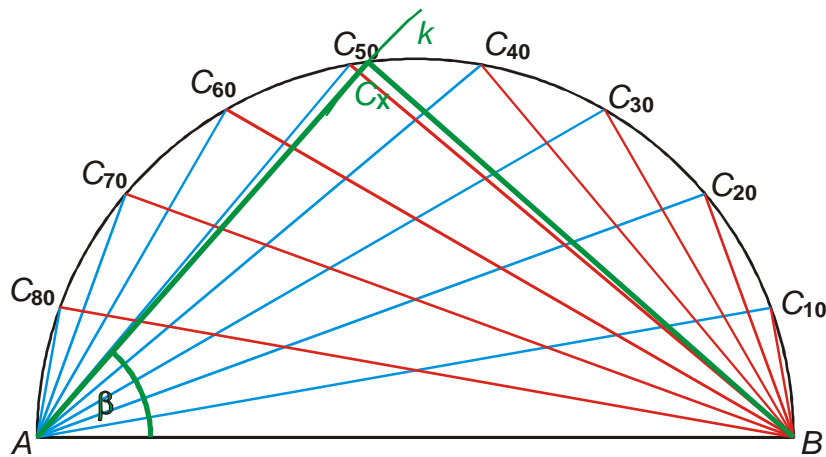


Velikost úhlu $\alpha = 24^\circ$.

Kontrola pomocí kalkulačky (funkce \sin^{-1}): $\alpha = 23^\circ 35'$

b) $\sin \beta = 0,75$

V pomocném obrázku půlkruhu představuje hodnotu sinus vynásobenou 10 délkou červené odvěsny (odvěsna protější vrcholu A) \Rightarrow narýsujeme kružnici $k(B; 7,5 \text{ cm})$, kde se kružnice protne s půlkružnicí, získáme bod C_x , změřením úhlu $\sphericalangle C_x AB$ pak hledanou hodnotu α .

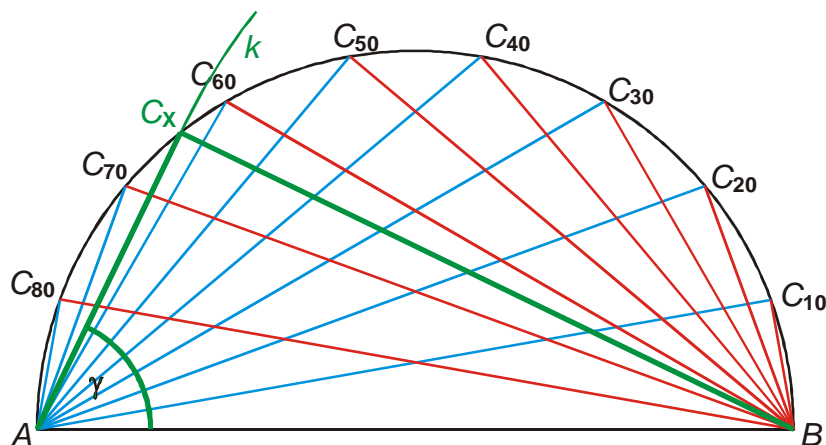


Velikost úhlu $\beta = 49^\circ$.

Kontrola pomocí kalkulačky (funkce \sin^{-1}): $\beta = 48^\circ 35'$

c) $\sin \gamma = 0,9$

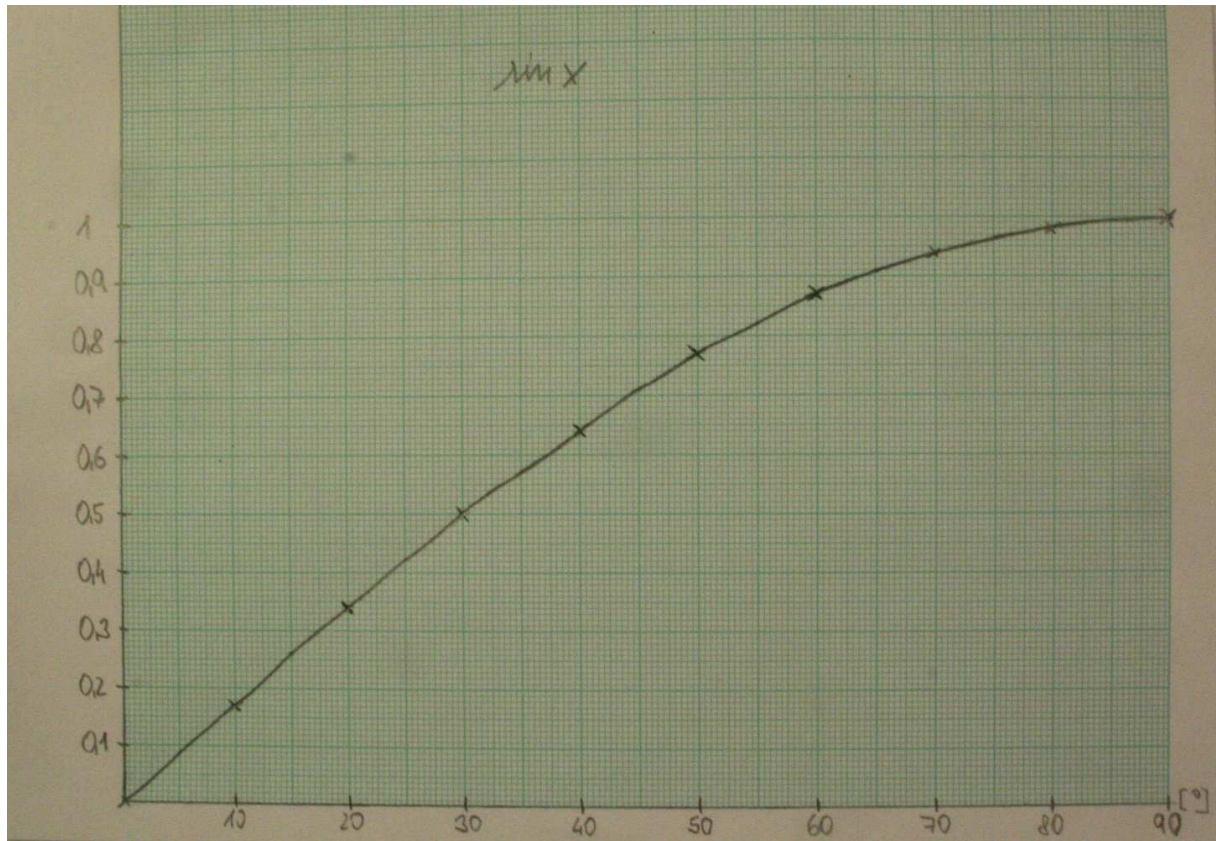
Stejný postup jako v předchozím bodu. Rýsujeme kružnici $k(B; 9 \text{ cm})$.



Velikost úhlu $\gamma = 64^\circ$.

Kontrola pomocí kalkulačky (funkce \sin^{-1}): $\gamma = 64^\circ 9'$

Př. 3: Využij určené hodnoty k nakreslení grafu funkce $y = \sin \alpha$, pro x $0 \leq \alpha \leq 90^\circ$.



Př. 4: Pan ředitel chce přepravovat sekací traktůrek na káře. Jak dlouhé nájezdové fošny musí pořídit, aby vyjel na plošinu káry ve výšce 60 cm nad zemí, jestliže traktůrek může vyjet do svahu o maximálním sklonu 18° ?



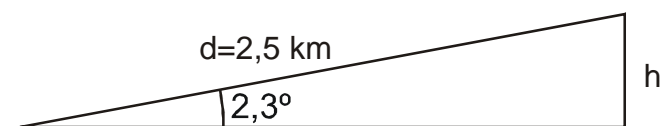
Z obrázku je zřejmé, že platí: $\sin \alpha = \frac{h}{d} \quad | \cdot d$

$$d \sin \alpha = h \quad | : \sin \alpha$$

$$d = \frac{h}{\sin \alpha} = \frac{0,6}{\sin 18^\circ} \text{ m} = 1,9 \text{ m}$$

Pan ředitel si musí pořídit nájezdové fošny o délce minimálně 2,7 m.

Př. 5: Maximální sklon železniční dráhy je $2,3^\circ$. Do jaké výšky může trať vystoupat na délce 2,5 km?

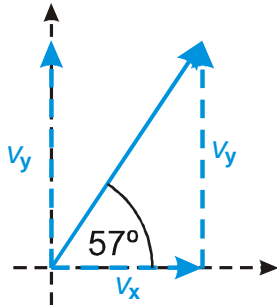


Z obrázku je zřejmé, že platí $\sin \alpha = \frac{h}{d} \quad | \cdot d$

$$h = d \sin \alpha = 2,5 \cdot \sin 2,3^\circ \text{ m} = 100 \text{ m}$$

Trat' může na délce 2,5 km vystoupat maximálně o 100 m d o výšky.

Př. 6: Dělo vystřelilo náboj rychlostí 450 m/s pod úhlem 57° . Jak velkou rychlostí náboj po výstřelu stoupal kolmo vzhůru? Jak velkou rychlostí se pohyboval vodorovně?



Z obrázku vidíme, že platí $\sin \alpha = \frac{v_y}{v}$ $\cdot v$

$$v_y = v \sin \alpha = 450 \cdot \sin 57^\circ \text{ m/s} = 377 \text{ m/s} .$$

Pro výpočet složky v_x využijeme Pythagorovu větu: $v^2 = v_x^2 + v_y^2$ $\rightarrow v_x^2$

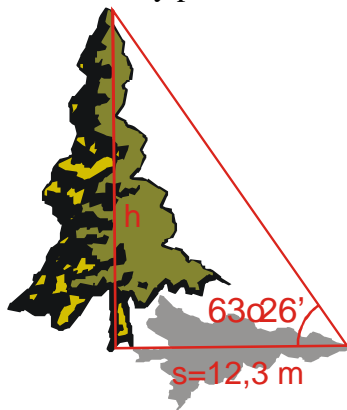
$$v^2 - v_y^2 = v_x^2 \quad / \sqrt{\quad}$$

$$v_x = \sqrt{v^2 - v_y^2} = \sqrt{450^2 - 377^2} \text{ m/s} = 245 \text{ m/s}$$

Náboj se po vystřelení pohyboval svisle vzhůru rychlostí 377 m/s, a vodorovně rychlostí 245 m/s.

Př. 7: V poledne letního slunovratu Pepa změřil délku stínu stromu na zahradě 12,3 m. Jak vysoký je strom?

V poledne letního slunovratu je Slunce nad oblohou nejvýše a paprsky dopadají na 50° severní šířky pod úhlem $63^\circ 26'$ od vodorovné roviny.



Z obrázku je vidět, že v nakresleném pravoúhlém trojúhelníku známe jednu odvěsnu a potřebujeme najít délku druhé \Rightarrow nemůžeme použít funkci $\sin \alpha$, která představuje poměr vůči přeponě \Rightarrow potřebujeme zavést další funkce.

Shrnutí: Samotný sinus na všechny pravotrojúhelníkové problémy nestačí.