

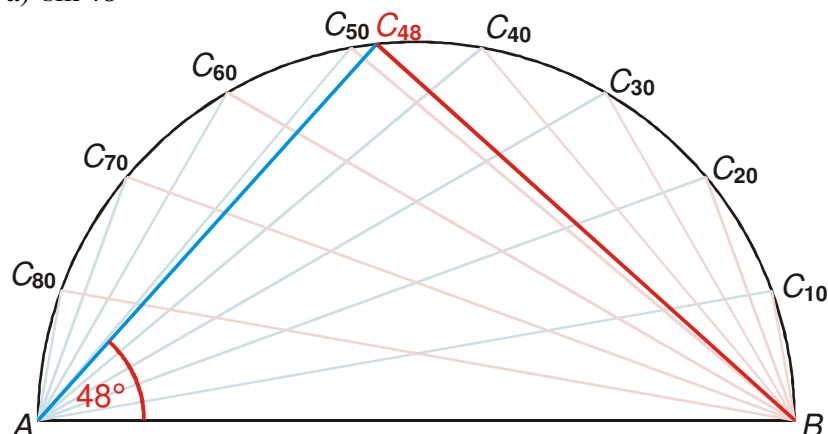
4.3.11 Kosinus

Předpoklady: 040110

Př. 1: Urči pomocí grafu funkce $y = \sin \alpha$ hodnoty. a) $\sin 48^\circ$

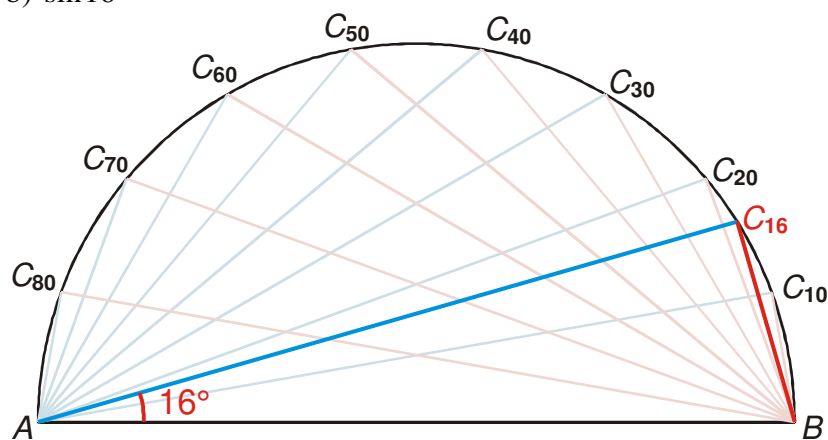
b) $\sin 16^\circ$

a) $\sin 48^\circ$



Hodnotou sinu je délka červené úsečky $|BC_{48}|$ dělená deseti, $|BC_{48}| = 7,4 \text{ cm} \Rightarrow \sin 48^\circ = 0,74$.

b) $\sin 16^\circ$



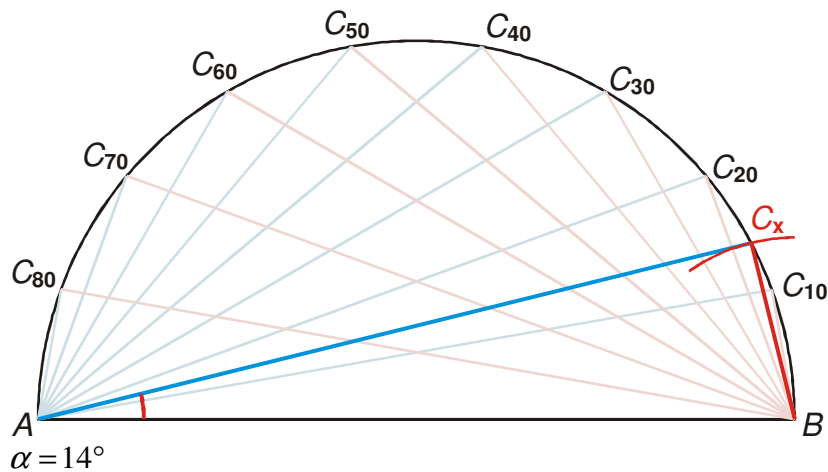
$|BC_{16}| = 2,8 \text{ cm} \Rightarrow \sin 16^\circ = 0,28$.

Př. 2: Urči z grafu hodnoty úhlů, pro které platí: a) $\sin \alpha = 0,24$

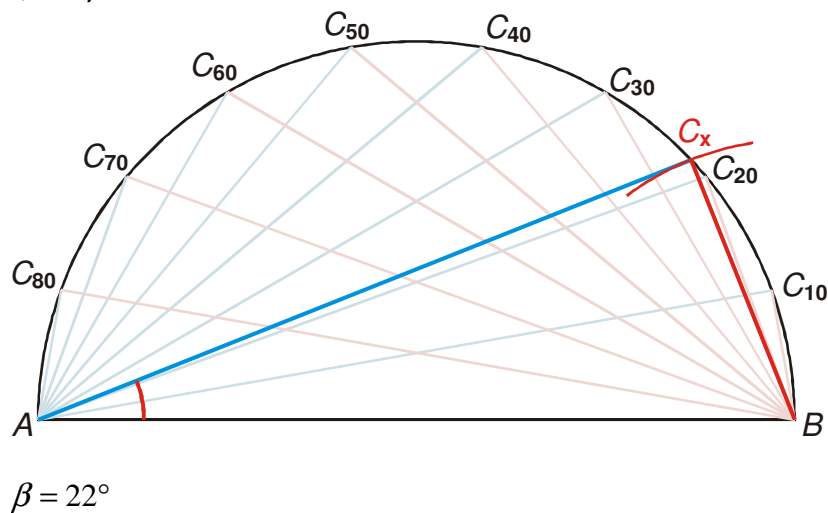
b) $\sin \beta = 0,37$.

Obrácený postup než v předchozím příkladu: známe hodnotu sinu \Rightarrow známe vzdálenost $C_x B \Rightarrow$ pomocí kružnice dokážeme najít bod $C_x \Rightarrow$ můžeme změřit velikost úhlu $C_x AB$.

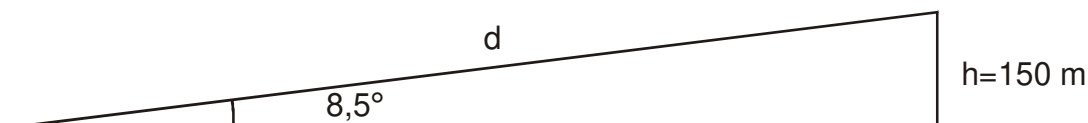
a) $\sin \alpha = 0,24$



b) $\sin \beta = 0,37$



Př. 3: Maximální povolený sklon silniční vozovky je $8,5^\circ$. Jak dlouhé musí být stoupání do výšky 150 m?



$$\sin 8,5^\circ = \frac{h}{d} \quad | \cdot d$$

$$d \sin 8,5^\circ = h \quad | : \sin 8,5^\circ$$

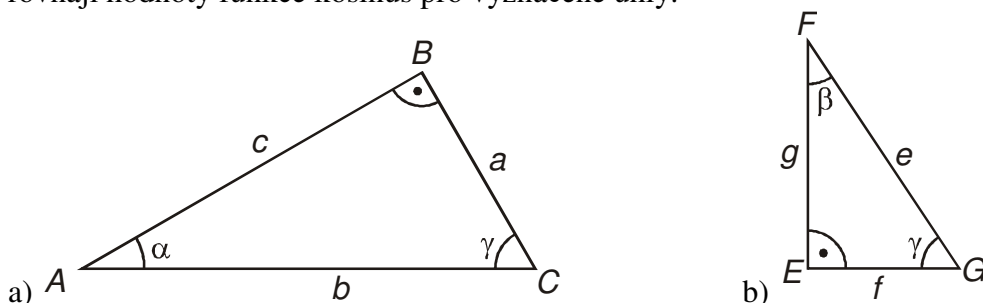
$$d = \frac{h}{\sin 8,5^\circ} = \frac{150}{\sin 8,5^\circ} \text{ m} = 1015 \text{ m}$$

Stoupání do výšky 150 m musí mít minimální délku 1015 m.

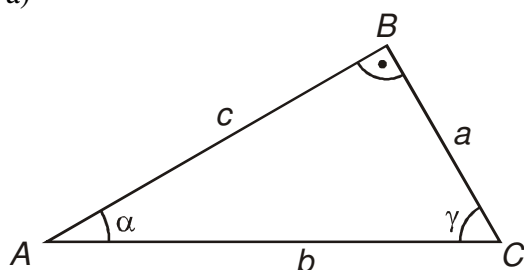
Řešení slovních úloh z minulé hodiny ukázalo, že jeden poměr na všechny slovní úlohy nestačí. Zavedeme si další goniometrickou funkci - kosinus (jde o další z poměrů, které jsme prověřovali před zavedením funkce sinus).

Funkci, která udává poměr přilehlé odvěsny vůči přeponě v pravouhlém trojúhelníku s vnitřním úhlem α nazýváme kosinus. Píšeme $\cos \alpha = \frac{\text{přilehlá odvěsna}}{\text{přepona}}$.

Př. 4: Na obrázcích jsou zakresleny trojúhelníky s vyznačenými úhly. Zapiš, čemu se rovnají hodnoty funkce kosinus pro vyznačené úhly.

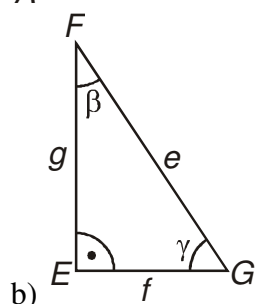


a)



$$\cos \alpha = \frac{\text{přilehlá odvěsna}}{\text{přepona}} = \frac{c}{b}$$

$$\cos \gamma = \frac{\text{přilehlá odvěsna}}{\text{přepona}} = \frac{a}{b}$$



$$\cos \beta = \frac{\text{přilehlá odvěsna}}{\text{přepona}} = \frac{g}{e}$$

$$\cos \gamma = \frac{\text{přilehlá odvěsna}}{\text{přepona}} = \frac{f}{e}$$

Př. 5: Doplně pomocí obrázku s půlkruhem hodnoty funkce $\cos \alpha$. Hodnoty, pro které nejde z obrázku určit $\cos \alpha$ odhadni.

α	0°	10°	20°	30°	40°	50°	60°	70°	80°	90°
$\sin \alpha$										
$\cos \alpha$										

Podobný postup jako u hodnot funkce sinus. $\cos \alpha = \frac{\text{přilehlá odvěsna}}{\text{přepona}} \Rightarrow$ neměříme délky

červených protilehlých odvěsen, ale délky modrých přilehlých odvěsen (úsečky AC_x).

α	0°	10°	20°	30°	40°	50°	60°	70°	80°	90°
$\sin \alpha$	0	0,17	0,34	0,50	0,64	0,77	0,87	0,94	0,98	1
$\cos \alpha$	1	0,98	0,94	0,87	0,77	0,64	0,50	0,34	0,17	0

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

Př. 6: Ověř hodnoty v doplněné tabulce pomocí kalkulačky.

Podobně jako u funkce sinus musíme dát pozor na nastavení jednotky pro úhel \Rightarrow kalkulačka musí být v módu stupňů (D nebo DEG).

Př. 7: Urči pomocí kalkulačky s přesností na desetitisíciny.

- a) $\cos 7^\circ$ b) $\cos 54,7^\circ$ c) $\cos 18^\circ 32'$ d) $\cos 61^\circ 49' 18''$

Při zadávání minut a vteřin bud' můžeme využít na kalkulačce tlačítko $^{\circ}''$ (jinde je značeno DMS) nebo můžeme převést vteřiny a minuty na stupně).

- a) $\cos 7^\circ = 0,9925$ b) $\cos 54,7^\circ = 0,5779$

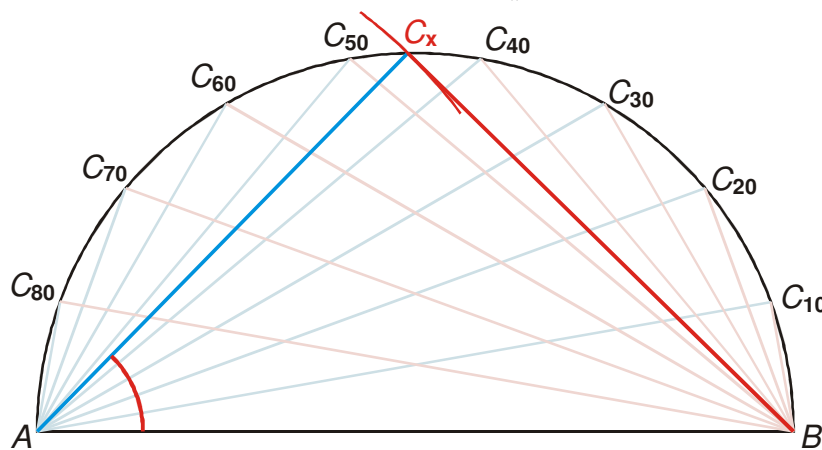
- c) $\cos 18^\circ 32' = 0,9481$ d) $\cos 61^\circ 49' 18'' = 0,4725$

Př. 8: Urči úhel, pro který platí: a) $\cos \alpha = 0,7$ pomocí obrázku s půlkruhem,

b) $\cos \beta = 0,32$ pomocí rýsování trojúhelníku. Získané hodnoty zkontroluj pomocí kalkulačky s přesností na vteřiny.

- a) $\cos \alpha = 0,7$

Obrácený postup než v příkladu 5: známe hodnotu kosinu \Rightarrow známe vzdálenost $C_x B \Rightarrow$ pomocí kružnice dokážeme najít bod $C_x \Rightarrow$ můžeme změřit velikost úhlu $C_x A B$.



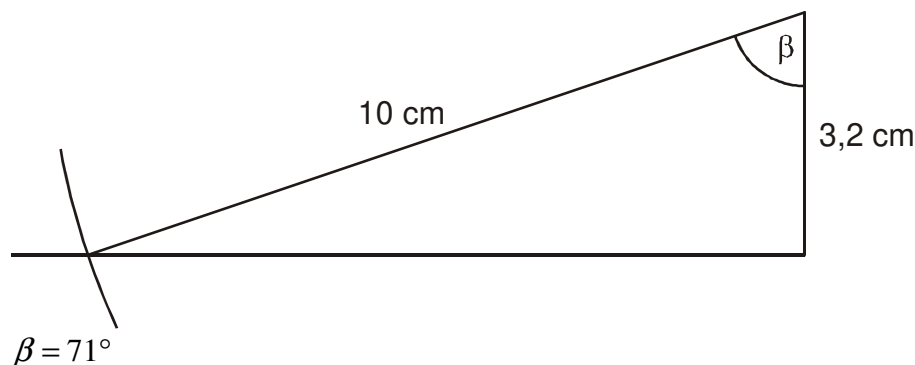
$\alpha = 46^\circ$

Podle kalkulačky: $\alpha = 46^\circ 34' 23''$.

- b) $\cos \beta = 0,32$

$\cos \beta = 0,32 = \frac{\text{přilehlá odvěsna}}{\text{přepona}} \Rightarrow$ potřebujeme sestavit pravoúhlý trojúhelník s tímto

poměrem stran \Rightarrow například $\frac{3,2}{10}$.



$$\beta = 71^\circ$$

Podle kalkulačky: $\beta = 71^\circ 20' 13''$.

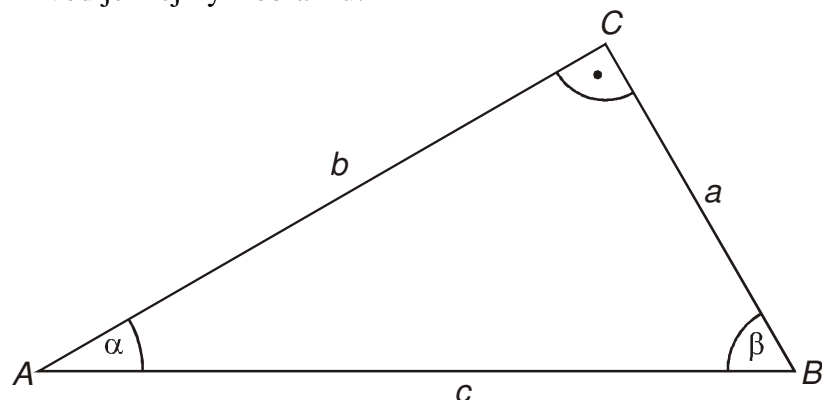
Př. 9: Využij hodnoty funkce kosinus získané v předchozích příkladech k nakreslení grafu funkce $y = \cos \alpha$, pro $x \ 0 \leq \alpha \leq 90^\circ$.

Př. 10: Jaký je vztah mezi funkcemi sinus a kosinus?

α	0°	10°	20°	30°	40°	50°	60°	70°	80°	90°
$\sin \alpha$	0	0,17	0,34	0,50	0,64	0,77	0,87	0,94	0,98	1
$\cos \alpha$	1	0,98	0,94	0,87	0,77	0,64	0,50	0,34	0,17	0

Hodnoty obou funkcí "jdou proti sobě": platí $\sin 0^\circ = \cos 90^\circ$, $\sin 10^\circ = \cos 80^\circ$, ... (je to zřejmé i z grafů).

Důvod je zřejmý z obrázku:

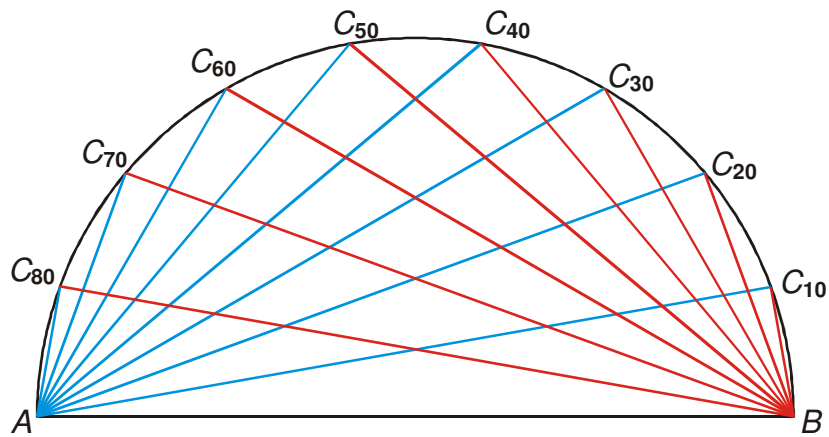


Pro úhly platí $\alpha + \beta = 90^\circ \Rightarrow \beta = 90^\circ - \alpha$.

Platí: $\sin \alpha = \frac{a}{c} = \cos \beta = \cos(90^\circ - \alpha)$.

Tedy: $\sin \alpha = \cos(90^\circ - \alpha)$.

Dalším zdůvodněním je i obrázek půlkruhu.



Obrázek je osově souměrný podle svislé osy procházející středem úsečky $AB \Rightarrow$ červené úsečky BC_{10} ($\sin 10^\circ$) odpovídá modrá úsečka AC_{80} ($\cos 80^\circ$).

Shrnutí: Funkce kosinus udává poměr přilehlé odvěsny ku přeponě.