

4.3.19 Hledání hodnot goniometrických funkcí v tabulkách

Předpoklady: 040314

Pedagogická poznámka: Hledání v tabulkách je samozřejmě zcela překonané. Přesto mu věnuji polovinu jedné hodiny (ve druhé polovině píšeme písemku), protože způsoby vyhledávání v tabulkách jsou krásné ukázky logiky, úspornosti a elegance z dob, kdy všechnu těžkou práci ještě neprováděly kalkulačky a každý matematik musel přemýšlet, jak se neupočítat k smrti.

V písemce vyhledávání samozřejmě není, ověřovat (odměňovat) se dá na znaménka dvěma způsoby (oba jsou založené na tom, že příklady představují tři úrovně schopnosti vyhledávat v tabulce). Je možné dát každému znaménko, které odpovídá dosažené úrovni (podle vyřešení v sešitu) nebo se žák může nechat přezkoušet s tím, že zvolí úroveň příkladu, který chce dostat.

Př. 1: Urči pomocí tabulek bez kalkulačky následující hodnoty.

- a) $\sin 51^\circ$ b) $\operatorname{tg} 49^\circ$ c) $\operatorname{tg} 83^\circ$ d) $\cos 76^\circ$

a) $\sin 51^\circ = 0,7771$ - sloupec 0 shora, řádek 51 zleva

b) $\operatorname{tg} 49^\circ = 1,150$ - sloupec 0 shora, řádek 49 zleva

c) $\operatorname{tg} 83^\circ = 8,144$ - sloupec 0 shora, řádek $83^\circ 00'$ zleva, druhá tabulka

d) $\cos 76^\circ = 0,2419$ - sloupec 60 shora (0 zdola), řádek 13 zleva (76 zprava)

Př. 2: Urči pomocí tabulek úhly α , pro které platí:

- a) $\sin \alpha = 0,6561$ b) $\operatorname{tg} \alpha = 1,881$ c) $\operatorname{tg} \alpha = 28,64$
d) $\cos \alpha = 0,8829$

a) $\sin \alpha = 0,6561 \Rightarrow \alpha = 41^\circ$.

b) $\operatorname{tg} \alpha = 1,881 \Rightarrow \alpha = 62^\circ$

c) $\operatorname{tg} \alpha = 28,64 \Rightarrow \alpha = 88^\circ$

d) $\cos \alpha = 0,8829 \Rightarrow \alpha = 28^\circ$

Př. 3: Urči pomocí tabulek, bez kalkulačky následující hodnoty.

- a) $\sin 12^\circ 20'$ b) $\operatorname{tg} 66^\circ 40'$ c) $\operatorname{tg} 77^\circ 21'$ d) $\cos 58^\circ 20'$

a) $\sin 12^\circ 20' = 0,2136$ - sloupec 20 shora, řádek 12 zleva

b) $\operatorname{tg} 66^\circ 40' = 2,318$ - sloupec 40 shora, řádek 66 zleva

c) $\operatorname{tg} 77^\circ 21' = 4,455$ - - sloupec 1 shora, řádek $77^\circ 20'$ zleva

d) $\cos 58^\circ 20' = 0,5250$ - sloupec 40 shora (20zdola), řádek 31 zleva (58 zprava)

Př. 4: Urči pomocí tabulek úhly α , pro které platí:

a) $\sin \alpha = 0,4669$ b) $\operatorname{tg} \alpha = 0,6371$ c) $\operatorname{tg} \alpha = 40,92$ d) $\cos \alpha = 0,9293$

a) $\sin \alpha = 0,4669 \Rightarrow \alpha = 27^\circ 50'$

b) $\operatorname{tg} \alpha = 0,6371 \Rightarrow \alpha = 32^\circ 30'$

c) $\operatorname{tg} \alpha = 40,92 \Rightarrow \alpha = 88^\circ 36'$

d) $\cos \alpha = 0,9293 \Rightarrow \alpha = 21^\circ 40'$

Př. 5: Urči pomocí tabulek, bez kalkulačky následující hodnoty.

a) $\sin 38^\circ 37'$ b) $\operatorname{tg} 11^\circ 54'$ c) $\cos 61^\circ 22'$

a) $\sin 38^\circ 37' = 0,6241$

Sečteme:

- 0,6225 - sloupec 30 shora, řádek 38 zleva,
- 0,0046 - oprava sloupec 7, řádek 38 zleva.

b) $\operatorname{tg} 11^\circ 54' = 0,2107$

Sečteme:

- 0,2095 - sloupec 50 shora, řádek 11 zleva,
- 0,0012 - oprava sloupec 4, řádek 11 zleva.

c) $\cos 61^\circ 22' = 0,4792$

Sečteme:

- 0,4797 - sloupec 40 shora (20 zdola), řádek 28 zleva (61 zprava),
- 0,0005 - oprava sloupec 2, řádek 28 zleva (61 zprava).

Př. 6: Urči pomocí tabulek úhly α , pro které platí:

a) $\sin \alpha = 0,1111$ b) $\operatorname{tg} \alpha = 0,3366$ c) $\cos \alpha = 0,7272$

a) $\sin \alpha = 0,1111 \Rightarrow \alpha = 6^\circ 23'$

- $\sin \alpha = 0,1103 \Rightarrow \alpha = 6^\circ 20'$
- $0,1111 - 0,1103 = 0,0008 \Rightarrow$ oprava 8, nejbližší hodnota opravy v tabulce 9 pro $3'$.

b) $\operatorname{tg} \alpha = 0,3366 \Rightarrow \alpha = 18^\circ 36'$

- $\operatorname{tg} \alpha = 0,3346 \Rightarrow \alpha = 18^\circ 30'$
- $0,3366 - 0,3346 = 0,0020 \Rightarrow$ oprava 20, nejbližší hodnota opravy v tabulce 19 pro $6'$.

c) $\cos \alpha = 0,7272 \Rightarrow \alpha = 43^\circ 21'$

- $\cos \alpha = 0,7274 \Rightarrow \alpha = 43^\circ 20'$
- $0,7274 - 0,7272 = 0,0002 \Rightarrow$ oprava 2, nejbližší hodnota opravy v tabulce 2 pro $1'$ (odečítal jsem obráceně než v předchozích bodech, protože funkce kosinus je klesající \Rightarrow chceme-li menší hodnotu, potřebujeme větší úhel).

Př. 7: Proč je tabulka hodnot funkce $\operatorname{tg} x$ rozdělena na dvě části (do 76° a od 76°) zatímco tabulka pro funkce $\sin x$ a $\cos x$ je pouze jedna pro všechny hodnoty od 0° do 90° .

Hodnoty funkce tangens pro x blížící se k 90° velmi rychle rostou \Rightarrow rozdíly mezi hodnotami funkce tangens vypočtených z blízkých hodnot úhlů se zvětšují \Rightarrow je potřeba počítat hodnoty tangens pro více úhlů, které se od sebe méně liší.

Shrnutí: