

4.4.2 Hodnota funkce

Předpoklady: 040401

Pedagogická poznámka: Co nejrůznější způsoby zápisu funkční závislosti jsou v hodině využity schválně. cílem hodiny je právě orientace v různých způsobech zápisu, které přesto znamenají pořád to samé - zachycení postupu, jak z hodnot x určit hodnoty y .

Zadání funkce nám umožňuje zvolit hodnotu nezávislé proměnné a z ní určit hodnotu závislé proměnné. Například pro funkci $y = 3x - \frac{6}{x}$ vypočteme hodnotu v bodě $x = 2$ takto:

- $f(2) = 3 \cdot 2 - \frac{6}{2} = 6 - 3 = 3.$

Zkráceně se píše $f(x) = 3$.

Př. 1: Urči hodnoty funkce $f(x) = 2x^2 - 3x$ pro $x \in \{-2; 0; 2; \sqrt{7}\}$. Údaje zapiš do tabulky.

- $x = -2 \Rightarrow y = 2(-2)^2 - 3(-2) = 8 + 6 = 14,$
- $x = 0 \Rightarrow y = 2 \cdot 0^2 - 3 \cdot 0 = 0 + 0 = 0,$
- $x = 2 \Rightarrow y = 2 \cdot 2^2 - 3 \cdot 2 = 8 - 6 = 2,$
- $x = \sqrt{7} \Rightarrow y = 2 \cdot \sqrt{7}^2 - 3 \cdot \sqrt{7} = 14 - 3\sqrt{7},$

x	-2	0	2	$\sqrt{7}$
y	14	0	2	$14 - 3\sqrt{7}$

Př. 2: Zapiš do tabulky hodnoty funkce $f : y = x^2$ v bodech $\left\{-3; 0; \frac{2}{3}; \sqrt{5}; 9\right\}$.

Předpis funkce f je: $y = x^2 \Rightarrow$ spočteme druhé mocniny zadaných hodnot x .

x	-3	0	$\frac{2}{3}$	$\sqrt{5}$	9
y	9	0	$\frac{4}{9}$	5	81

Pedagogická poznámka: Objevují se problémy se špatným porozuměním zápisu $f : y = x^2$. Místo $f : \dots$ vnímaného jako popis toho, co přijde (podobné popisu kolonky ve formuláři, kde je například uvedeno Jméno), mají žáci pocit, že nějaké f mají vydělit číslem y .

Př. 3: Pro funkci $f(x) = \sqrt{x} - 2$ zjisti.

- a) $f(4)$ b) $f(11)$ c) $f\left(\frac{4}{9}\right)$ d) $f(-1)$

Ve všech případech dosadíme do zadaného předpisu funkce.

a) $f(4) = \sqrt{4} - 2 = 2 - 2 = 0$

b) $f(11) = \sqrt{11} - 2$

c) $f\left(\frac{4}{9}\right) = \sqrt{\frac{4}{9}} - 2 = \frac{2}{3} - 2 = \frac{2-6}{3} = -\frac{4}{3}$

d) $f(-1) = \sqrt{-1} - 2 \Rightarrow$ nejde určit (nemůžeme vypočítat odmocninu ze záporného čísla).

Př. 4: Pro funkci $f: x \mapsto \sin^2 x + \cos^2 x$ doplň tabulku.

x	10°	30°	57°	$71^\circ 23'$
y				

$f: x \mapsto \sin^2 x + \cos^2 x \Rightarrow$ funkce f ze zadaných hodnot x vyrábí hodnoty $\sin^2 x + \cos^2 x \Rightarrow$ můžeme ji přepsat klasičtěji jako: $y = \sin^2 x + \cos^2 x$.

Postřeh: platí vzorec $\sin^2 x + \cos^2 x = 1 \Rightarrow$ pro všechna x získáme stejnou hodnotu 1.

x	10°	30°	57°	$71^\circ 23'$
y	1	1	1	1

Pedagogická poznámka: Druhý příklad, kde mají žáci ve větším počtu problémy s pochopením zadání. Na vzorec si bohužel vzpomenou jen málokteří.

Př. 5: V kterém čísle x nabývá funkce $y = 3x - 7$ hodnoty 2?

Hodnota funkce je 2, nevíme, ve kterém bodě \Rightarrow známe y , neznáme $x \Rightarrow$ dosadíme do předpisu $y = 3x - 7$.

$$2 = 3x - 7 \quad / +7$$

$$9 = 3x \quad / :3$$

$$x = 3$$

Funkce $y = 3x - 7$ nabývá hodnoty 2 v bodě 3.

Pedagogická poznámka: Většina žáků spočítá příklad dobře, ale mnozí se nevyhnou chybě v zápisu zadání, kde píšou $f(2) = ?$ (místo správného $f(?) = 2$).

Př. 6: Je dána funkce $y = 2x + 1$, která je definována pro všechna reálná čísla x , která z následujících tvrzení pro ni platí?

- a) $f(2) = 6$ b) $f(-3) = -5$ c) $f(-1) \neq 1$ d) $f(-2) < -3$

a) $f(2) = 6$

$f(2) = 2 \cdot 2 + 1 = 5 \Rightarrow f(2) = 6$ neplatí.

b) $f(-3) = -5$

$f(-3) = 2 \cdot (-3) + 1 = -5 \Rightarrow f(-3) = -5$ platí.

c) $f(-1) \neq 1$

$f(-1) = 2 \cdot (-1) + 1 = -2 + 1 = -1 \Rightarrow f(-1) \neq 1$ platí.

d) $f(-2) < -3$

$f(-2) = 2 \cdot (-2) + 1 = -4 + 1 = -3 \Rightarrow f(-2) < -3$ neplatí.

Množinu všech hodnot nezávislé proměnné označujeme jako **definiční obor funkce** (značíme $D(f)$). Pro $x \in D(f)$ říkáme, že funkce $f(x)$ je definována v čísle x .

Všechny funkce není možné zadat předpisem \Rightarrow využívají se i jiné způsoby - například tabulka.

Př. 7: Urči pro funkci $f(x)$ v tabulce:

a) $f(-1)$, $f(\sqrt{5})$, $f(3)$

b) hodnoty x , pro které platí: $f(x) = \frac{1}{2}$, $f(x) = 2$, $f(x) = \sqrt{5}$

c) $D(f)$

d) obor hodnot $H(f)$

x	$-\sqrt{5}$	-2	-1	0	$\sqrt{5}$	4	12
y	7	π	$\sqrt{5}$	0,5	0	2	-51

a) $f(-1) = \sqrt{5}$, $f(\sqrt{5}) = 0$, $f(3)$ neexistuje

b) hodnoty x , pro které platí: $f(0) = \frac{1}{2}$, $f(4) = 2$, $f(-1) = \sqrt{5}$

c) $D(f) = \{-\sqrt{5}; -2; -1; \sqrt{5}; 4; 12\}$

d) obor hodnot $H(f) = \{-51; 0; 0,5; 2; \sqrt{5}; \pi; 7\}$

Př. 8: Jaká omezení má zadání funkce pomocí tabulky? Jaké má tabulka přednosti?

Omezení: nemůžeme funkce s nekonečným definičním oborem, menší přehlednost, u mnoha hodnot obtížná orientace.

Přednosti: můžeme zadat i funkci, ve které nejsou hodnoty x a y svázány logickým vztahem.

Shrnutí: Různé způsoby vyjádření funkčních závislosti slouží ke stejnému účelu - předání informace o tom, jak z hodnot nezávislé proměnné určit hodnoty závislé proměnné.