

## 4.4.5 Graf funkce II

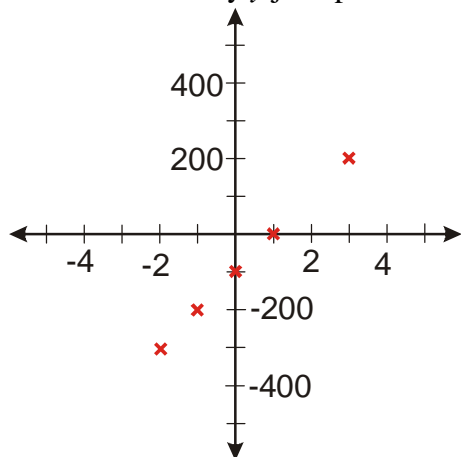
**Předpoklady:** 040404

**Př. 1:** Nakresli grafu funkce  $y = 100x - 100$ ,  $x \in \{-2; -1; 0; 1; 3\}$ .

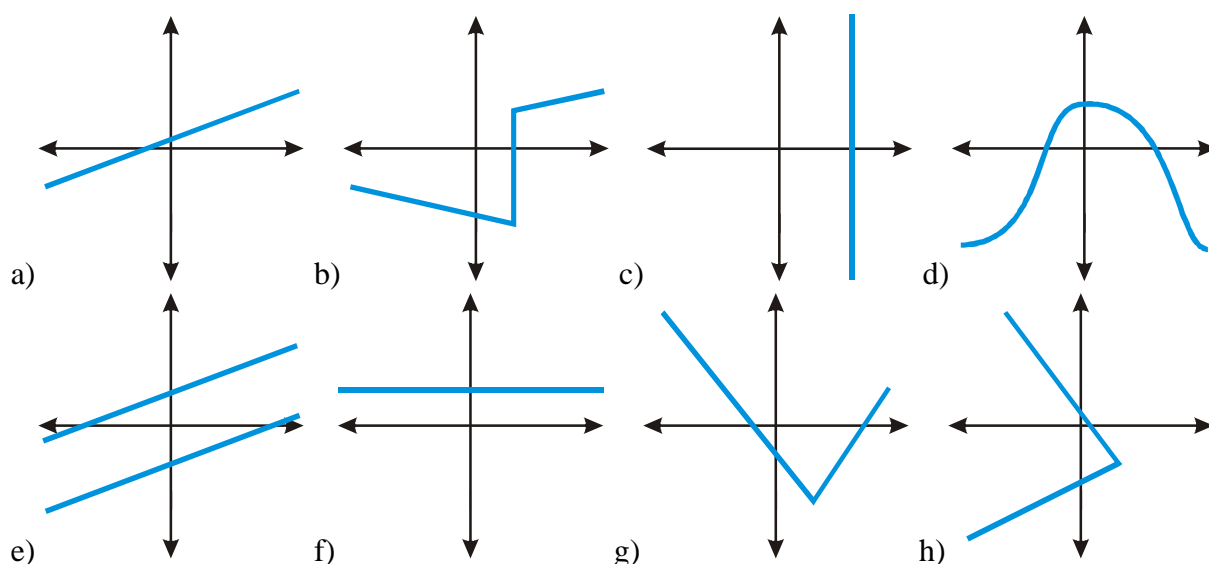
Nejprve si spočteme hodnoty funkce.

$x$	-2	-1	0	1	3
$y$	-300	-200	-100	0	200

Problém: Hodnoty  $y$  jsou příliš velké  $\Rightarrow$  na ose  $y$  musíme zvolit jiné měřítko.



**Př. 2:** Některé z grafů na obrázcích nepředstavují funkce. Které to jsou? Jakou podmínku musí splňovat grafy funkcí.



Funkce nepředstavují grafy v bodech b), c), e), h).

Více možných formulací, které říkají to samé:

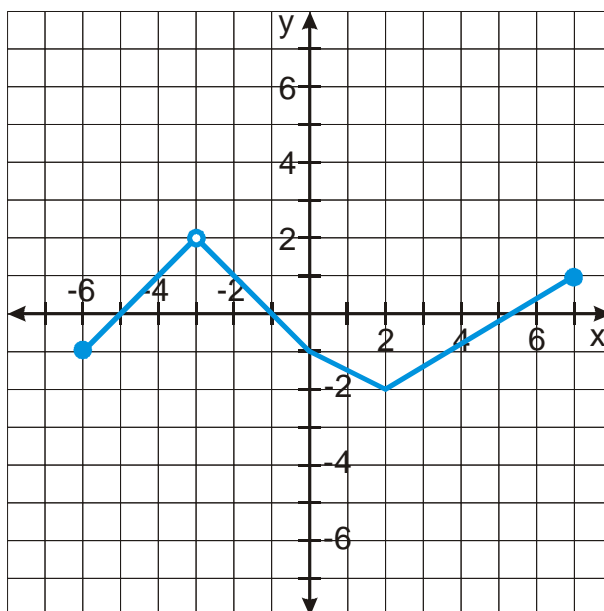
- Graf funkcí nesmí obsahovat body nad sebou.
- Žádná svislá čára se nesmí s grafem protnout ve dvou bodech.

• ...

**Pedagogická poznámka:** Dobrou kontrolou je nechat několik žáků napsat na tabuli jejich formulace, které pak může třída hodnotit a kontrolovat.

**Př. 3:** Pro funkci na obrázku rozhodni, zda jsou následující výroky pravdivé.

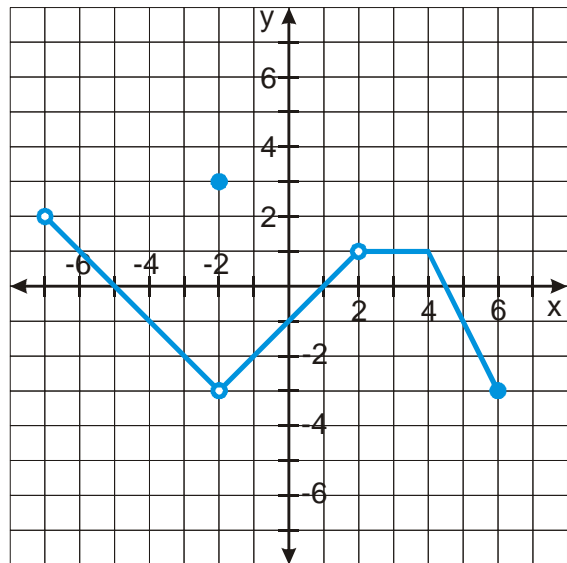
- a)  $f(-2) = 1$
- b)  $f(1) = -1$
- c)  $f(3) > f(2)$
- d) číslo -3 patří do  $D(f)$
- e) číslo 0 patří do oboru hodnot
- f)  $D(f) = \langle -6; 7 \rangle$
- g)  $H(f) = \langle -2; 2 \rangle$



- a)  $f(-2) = 1$ : pravda.
- b)  $f(1) = -1$ : nepravda, platí  $f(1) = -1,5$ .
- c)  $f(3) > f(2)$ : pravda, graf je v bodě 3 výše než v bodě 2.
- d) číslo -3 patří do  $D(f)$ : nepravda, v bodě -3 funkce není definována (kolečko je prázdné)
- e) číslo 0 patří do oboru hodnot: pravda, hodnotu 0 má funkce dokonce ve třech bodech -5; -1; 5.
- f)  $D(f) = \langle -6; 7 \rangle$ : nepravda, -3 nepatří do definičního oboru,  $D(f) = \langle -6; 7 \rangle - \{-3\}$
- g)  $H(f) = \langle -2; 2 \rangle$ : pravda.

**Př. 4:** Pro funkci na obrázku urči:

- $f(-5), f(-2), f(0), f(2)$
- všechna  $x \in D(f)$ , pro která platí  $f(x) = -2$ ,
- všechna  $x \in D(f)$ , pro která platí  $f(x) = 1$ ,
- $D(f)$ , e)  $H(f)$ ,
- všechna  $x$ , pro která platí  $f(x) \leq 0$ .



- $f(-5) = 0, f(-2) = 3, f(0) = -1, f(2)$  neexistuje
- všechna  $x \in D(f)$ , pro která platí  $f(x) = -2$ :  $x = \{-3; -1; 5; 5\}$
- všechna  $x \in D(f)$ , pro která platí  $f(x) = 1$ :  $x \in \{-6\} \cup (2; 4)$
- $D(f) = (-7; 6) - \{2\}$  (jinak  $D(f) = (-7; 2) \cup (2; 6)$ )
- $H(f) = \langle -3; 2 \rangle \cup \{3\}$
- všechna  $x$ , pro která platí  $f(x) \leq 0$ :  $x \in \langle -5; -2 \rangle \cup (-2; 2) \cup \langle 4; 5; 6 \rangle$

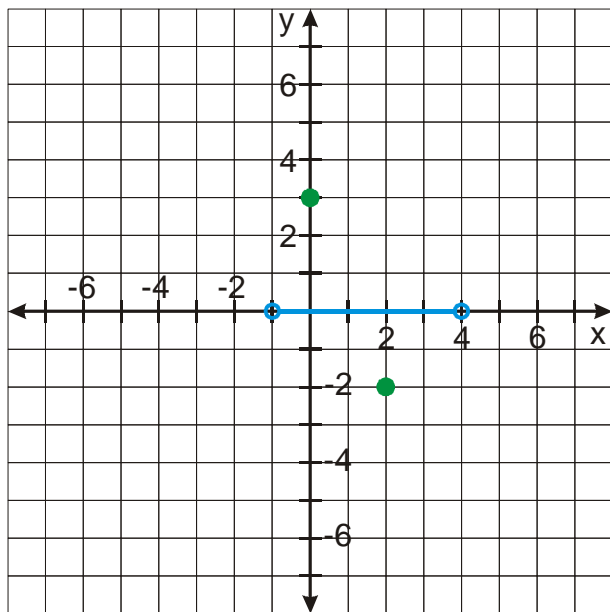
**Pedagogická poznámka:** Následující příklad má nekonečně mnoho řešení. Protože všechno nemůže zkontrolovat učitel, je třeba, aby si výsledky navzájem kontrolovali alespoň žáci mezi sebou a učitel rozhodoval zejména sporné momenty.

**Př. 5:** Nakresli graf libovolné funkce, která splňuje najednou následující podmínky:

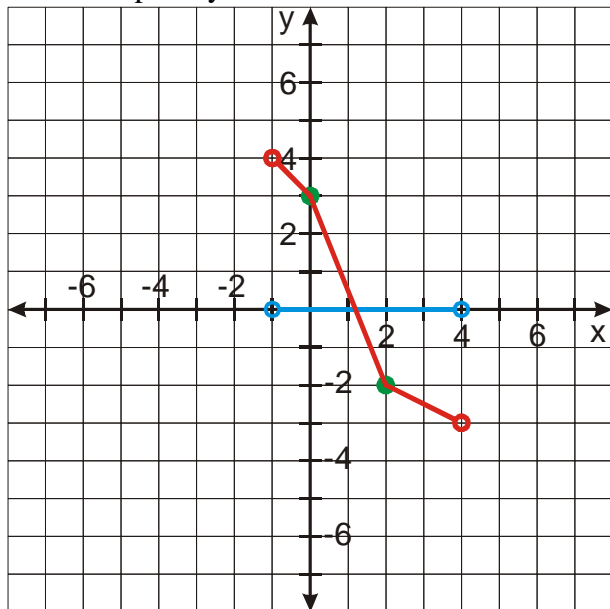
- $D(f) = (-1; 4), f(0) = 3, f(2) = -2$
- $D(f) = \langle -4; 1 \rangle \cup (2; 4), H(f) = \langle -3; 2 \rangle, f(-2) = f(3), f(-1) = 2$
- $D(f) = \langle -4; 5 \rangle \cup \{6; 7\}, H(f) = \langle -1; 3 \rangle, f(-3) < f(0), f(3) = -1$

- $D(f) = (-1; 4), f(0) = 3, f(2) = -2$

Funkce splňující podmínky musí mít hodnotu pro všechna  $x$  vyznačená na ose a musí procházet vyznačenými body.

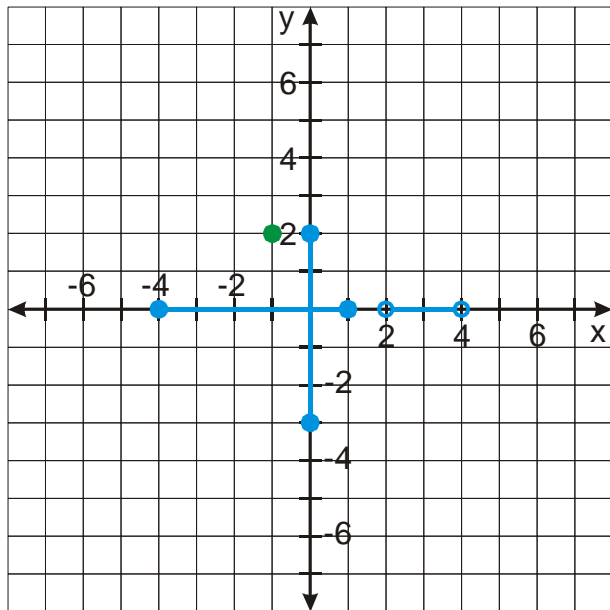


Jedna ze správných možností:

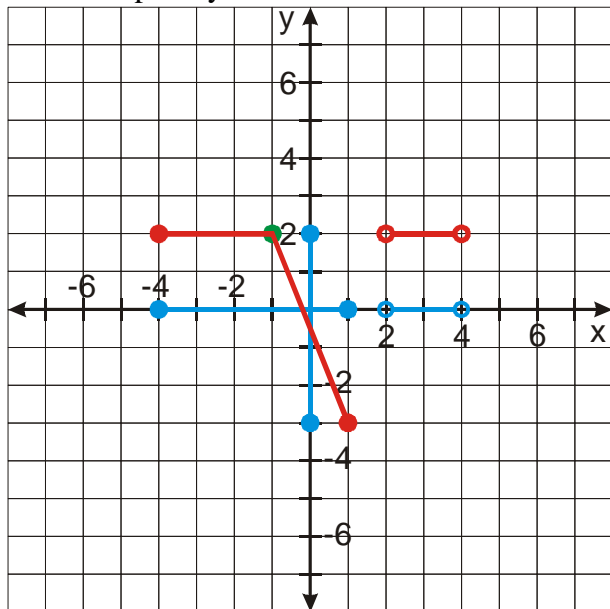


b)  $D(f) = \langle -4; 1 \rangle \cup \langle 2; 4 \rangle$ ,  $H(f) = \langle -3; 2 \rangle$ ,  $f(-2) = f(3)$ ,  $f(-1) = 2$

Funkce splňující podmínky musí mít hodnotu pro všechna  $x$  vyznačená na ose  $x$ , musí dosáhnout hodnoty všech  $y$  vyznačených na ose  $y$ , musí procházet vyznačenými body a hodnoty v bodech  $-2$  a  $3$  musí být stejně vysoko.

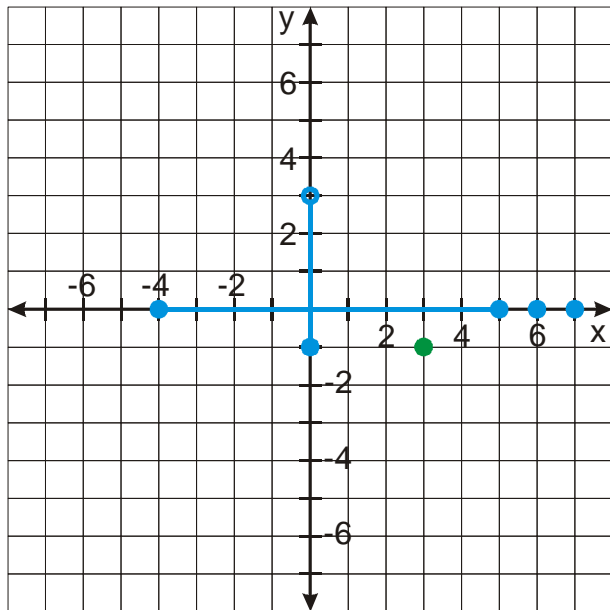


Jedna ze správných možností:

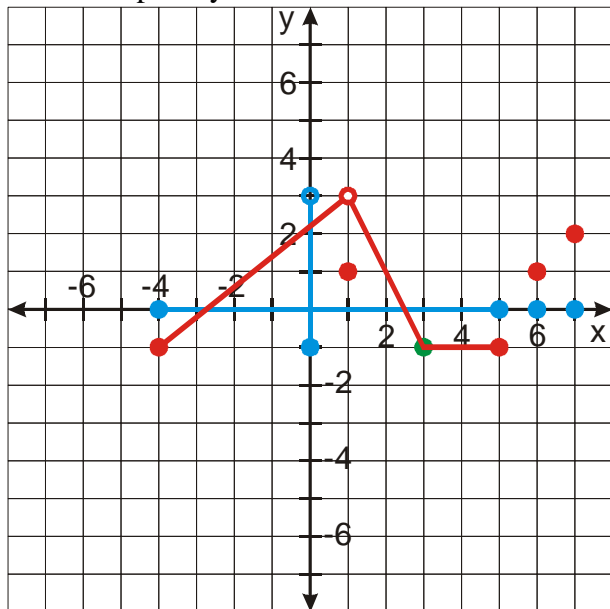


c)  $D(f) = \langle -4; 5 \rangle \cup \{6; 7\}$ ,  $H(f) = \langle -1; 3 \rangle$ ,  $f(-3) < f(0)$ ,  $f(3) = -1$

Funkce splňující podmínky musí mít hodnotu pro všechna  $x$  vyznačená na ose  $x$ , musí dosáhnout hodnoty všech  $y$  vyznačených na ose  $y$ , musí procházet vyznačenými body a hodnoty v bodě  $-3$  musí být menší (bod níže) než v bodě  $0$ .



Jedno ze správných řešení:



**Shrnutí:** Graf funkce nesmí obsahovat dva body přímo nad sebou.