

#### 4.4.7 Libovolná funkce, která ...

**Předpoklady:** 040406

**Pedagogická poznámka:** Hodina probíhá jako skupinová práce ve trojicích nebo čtveřicích.

Každý kreslí grafy, spolupracovníci mu je kontrolují. Doporučuji nejdříve vracet funkce bez ukázání chyby stylem vyhovující – nevyhovující, podruhé pak chybu přímo ukázat.

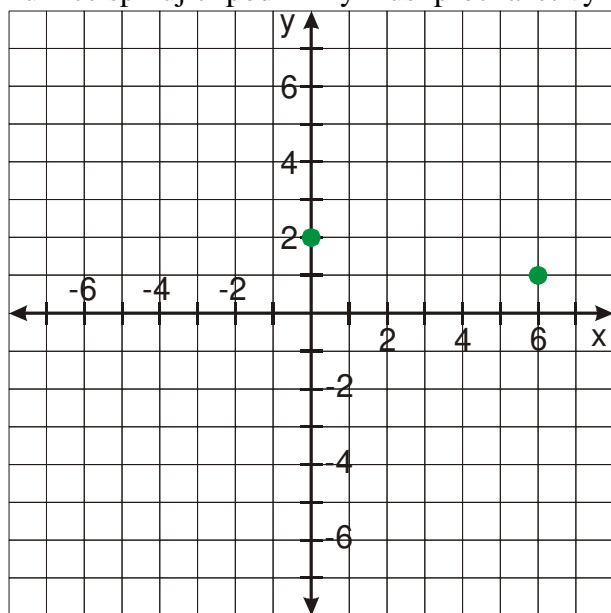
Aby hodina nebyla tak jednotvárná, při kontrole prvního příkladu si na tabuli ukazujeme příklad „suché“ (jde jen o splnění zadání nejjednodušším způsobem většinou pomocí funkce, která je z velké části konstantní, nebo je složena z přírodních úseků) funkce a funkce „husté“ (splňuje zadání, ale zároveň její tvar něco připomíná). Součástí hodiny je pak soutěž o nejhustější funkci pro každé zadání (celkem je tedy 10 vítězů).

**Př. 1:** Nakresli graf libovolné funkce, pro kterou platí:

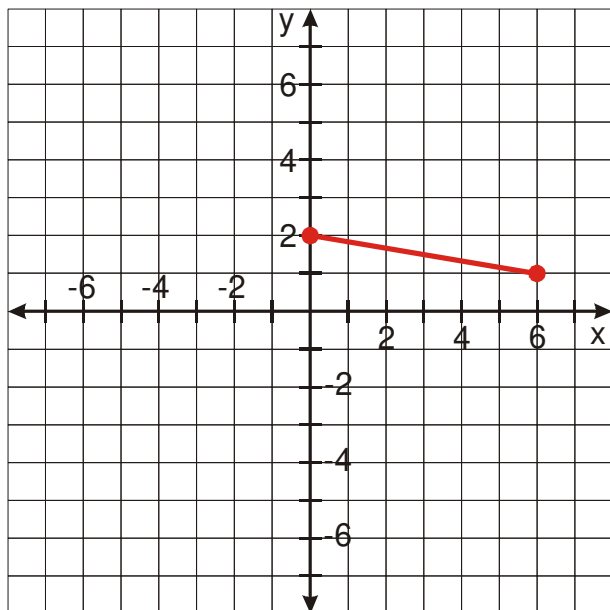
- a)  $f(0) = 3$ ,  $f(2) = -2$ ,      b)  $f(2) > f(4)$ ,  
c)  $D(f) = (-\infty; 1) \cup \langle 2; 5 \rangle$ ,      d)  $H(f) = (-\infty; 2) \cup \{3\}$ .

a)  $f(0) = 3$ ,  $f(2) = -2$

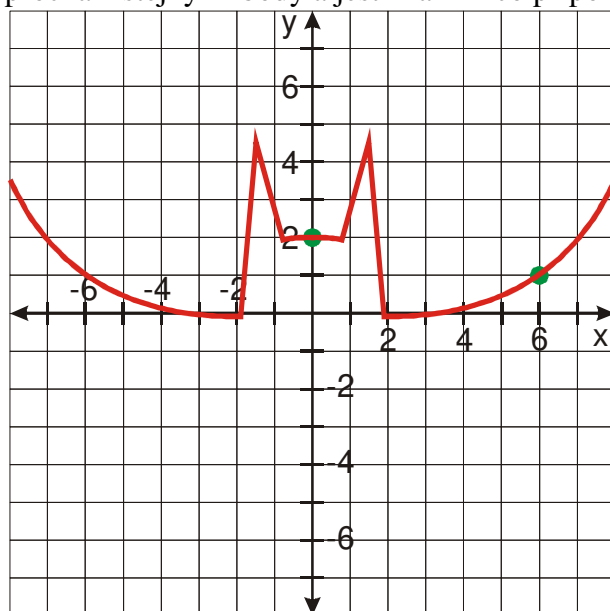
Funkce splňující podmínky musí procházet vyznačenými body.



Takových funkcí je nekonečně mnoho a my si můžeme vybrat libovolnou z nich. Jedno z nejjednodušších (takzvané "suché") řešení (čáru spojující oba bychom mohli vynechat, stačilo by vyznačit pouze oba body).

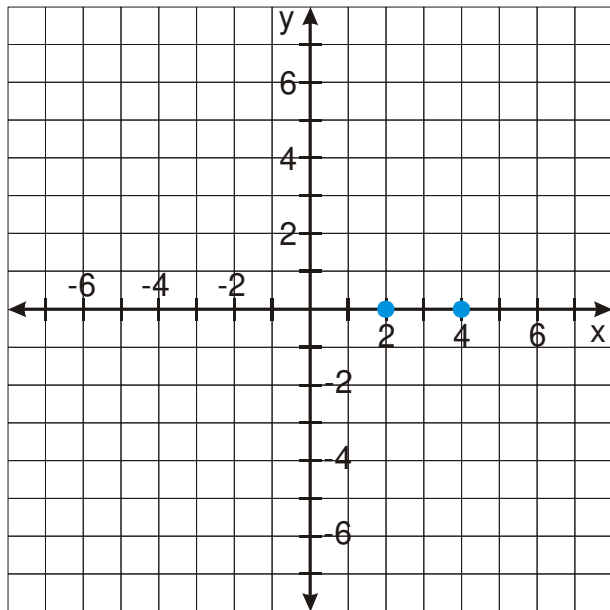


Daleko více zábavy nám může poskytnou trochu složitější (takzvaně „husté“) řešení, které prochází stejnými body a ještě nám něco připomíná.

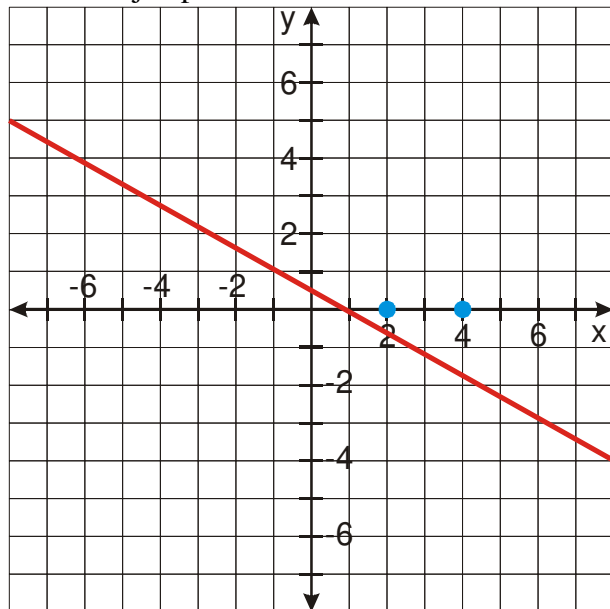


b)  $f(2) > f(4)$

Funkce musí mít pro levou vyznačenou hodnotu  $x$  větší hodnotu  $y$ .

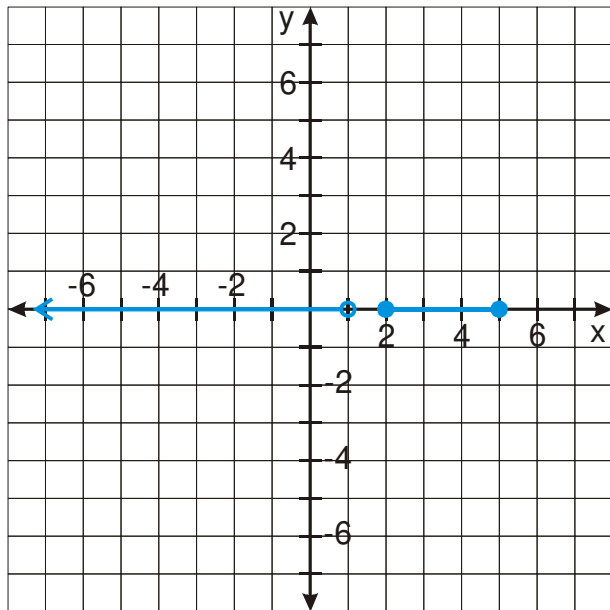


Možností je opět nekonečně mnoho.

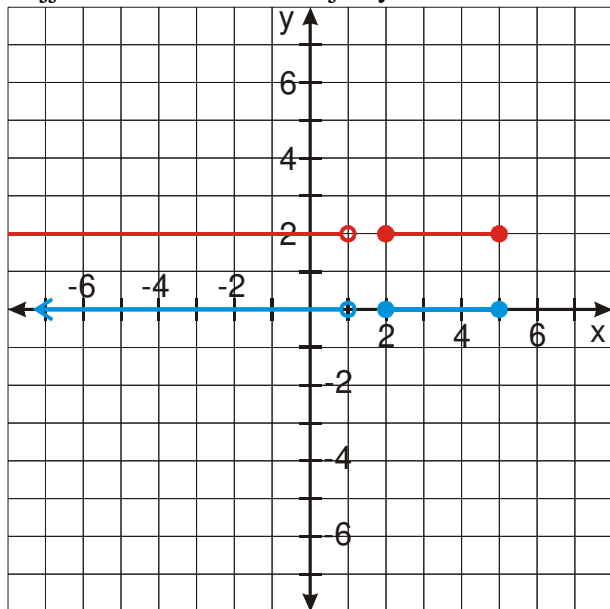


c)  $D(f) = (-\infty; 1) \cup \langle 2; 5 \rangle$

Funkce musí mít nějakou hodnotu pro všechna  $x$  vyznačená na ose.

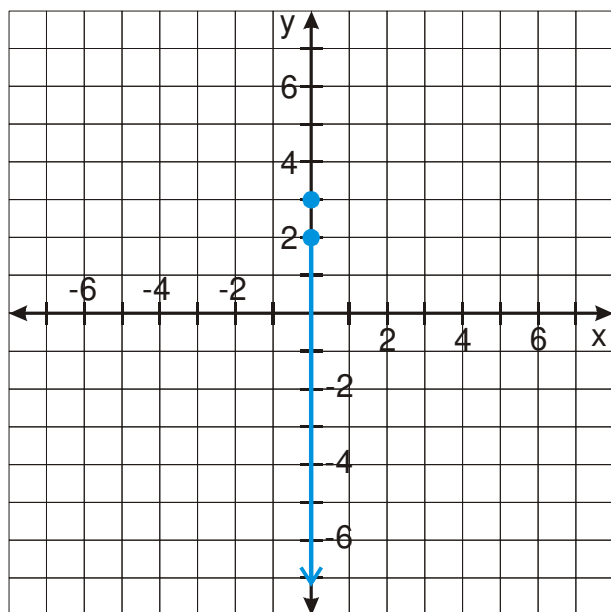


Nejjednodušším řešením je vytvoření konstantní funkce.

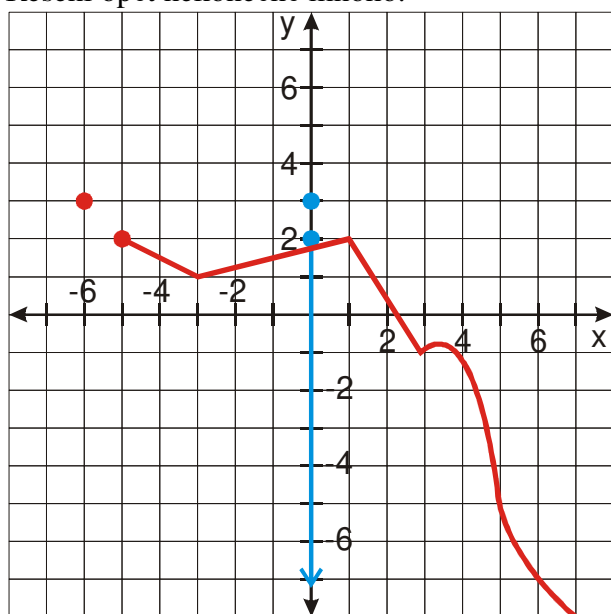


d)  $H(f) = (-\infty; 2) \cup \{3\}$

Funkce musí pro nějaké  $x$  dosáhnout všech hodnot vyznačených na ose  $y$ .



Řešení opět nekonečně mnoho.



**Př. 2:** Nakresli graf libovolné funkce, která splňuje najednou následující podmínky.

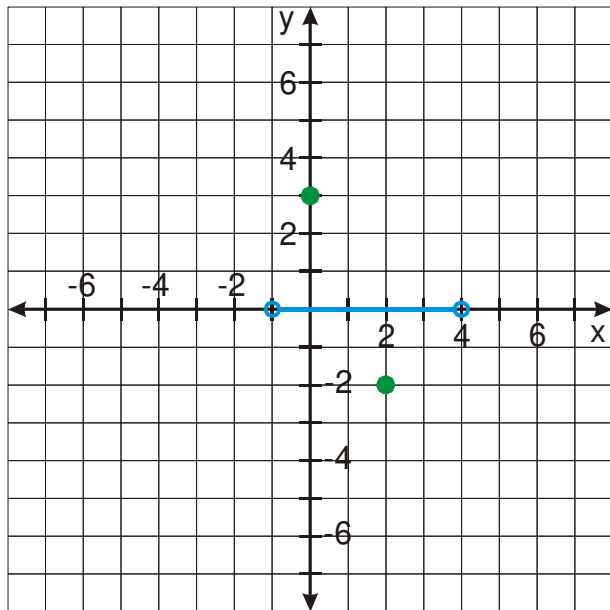
a)  $D(f) = (-1; 4)$ ,  $f(0) = 3$ ,  $f(2) = -2$

b)  $D(f) = \langle -4; 1 \rangle \cup (2; 4)$ ,  $H(f) = \langle -3; 2 \rangle$ ,  $f(-2) = f(3)$ ,  $f(-1) = 2$

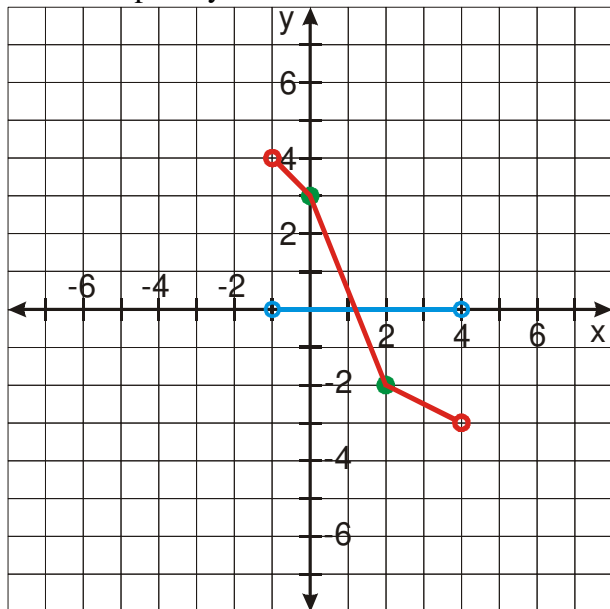
c)  $D(f) = \langle -4; 5 \rangle \cup \{6; 7\}$ ,  $H(f) = \langle -1; 3 \rangle$ ,  $f(-3) < f(0)$ ,  $f(3) = -1$

a)  $D(f) = (-1; 4)$ ,  $f(0) = 3$ ,  $f(2) = -2$

Funkce splňující podmínky musí mít hodnotu pro všechna  $x$  vyznačená na ose a musí procházet vyznačenými body.

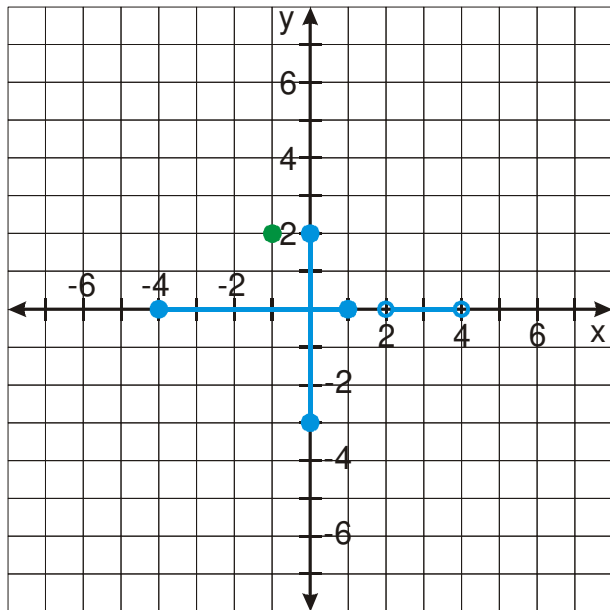


Jedna ze správných možností:

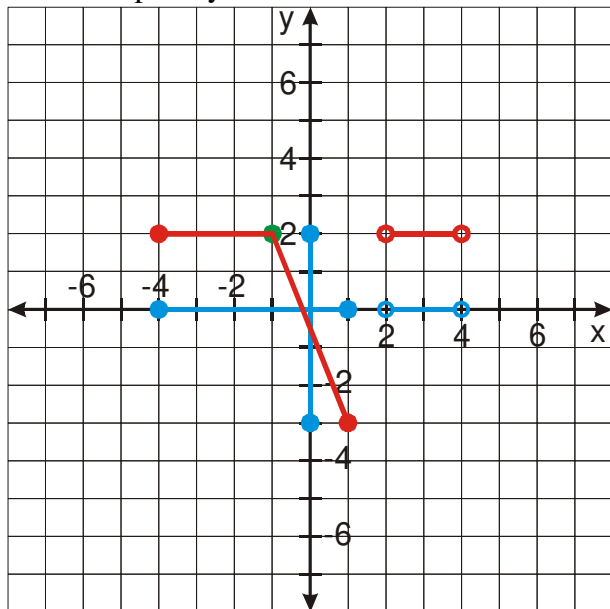


b)  $D(f) = \langle -4; 1 \rangle \cup (2; 4)$ ,  $H(f) = \langle -3; 2 \rangle$ ,  $f(-2) = f(3)$ ,  $f(-1) = 2$

Funkce splňující podmínky musí mít hodnotu pro všechna  $x$  vyznačená na ose  $x$ , musí dosáhnout hodnoty všech  $y$  vyznačených na ose  $y$ , musí procházet vyznačenými body a hodnoty v bodech  $-2$  a  $3$  musí být stejně vysoko.

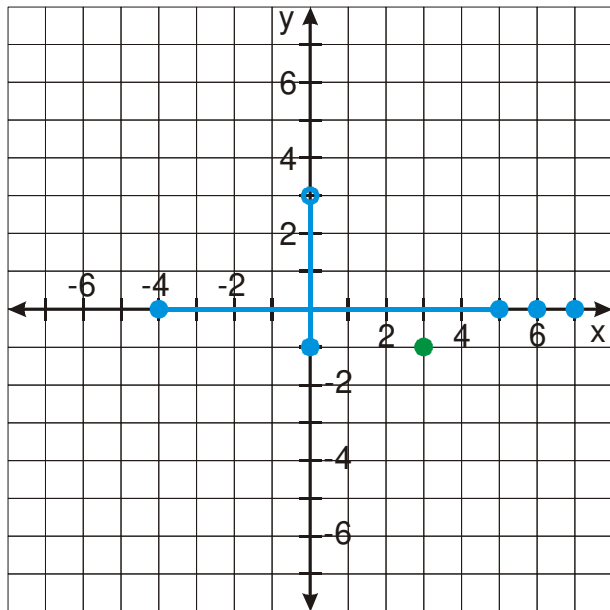


Jedna ze správných možností:

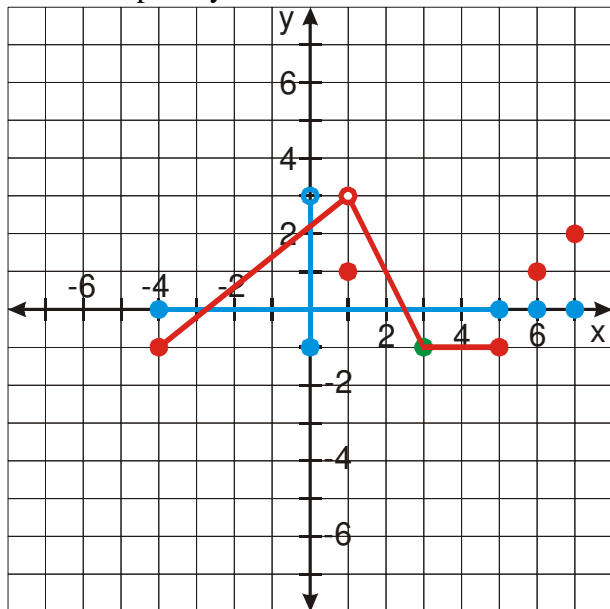


c)  $D(f) = \langle -4; 5 \rangle \cup \{6; 7\}$ ,  $H(f) = \langle -1; 3 \rangle$ ,  $f(-3) < f(0)$ ,  $f(3) = -1$

Funkce splňující podmínky musí mít hodnotu pro všechna  $x$  vyznačená na ose  $x$ , musí dosáhnout hodnoty všech  $y$  vyznačených na ose  $y$ , musí procházet vyznačenými body a hodnoty v bodě  $-3$  musí být menší (bod níže) než v bodě  $0$ .



Jedno ze správných řešení:



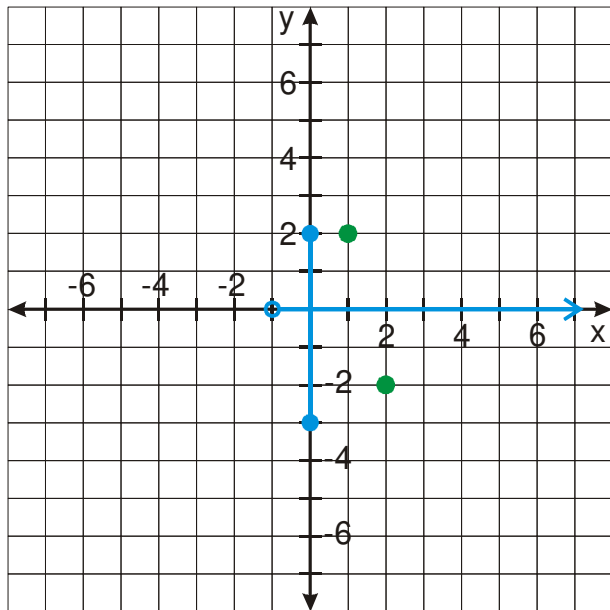
**Př. 3:** Nakresli graf libovolné funkce, která splňuje najednou následující podmínky.

- a)  $D(f) = (-1; \infty)$ ,  $H(f) = \langle -3; 2 \rangle$ ,  $f(1) = 2$ ,  $f(2) = -2$
- b)  $D(f) = \mathbb{R}$ ,  $H(f) = \langle -2; \infty \rangle$ ,  $f(-2) = f(3)$ ,  $f(0) = 1$
- c)  $D(f) = \langle -4; 5 \rangle$ ,  $H(f) = (-3; \infty)$ ,  $f(-3) < f(0)$ ,  $f(2) = 1$

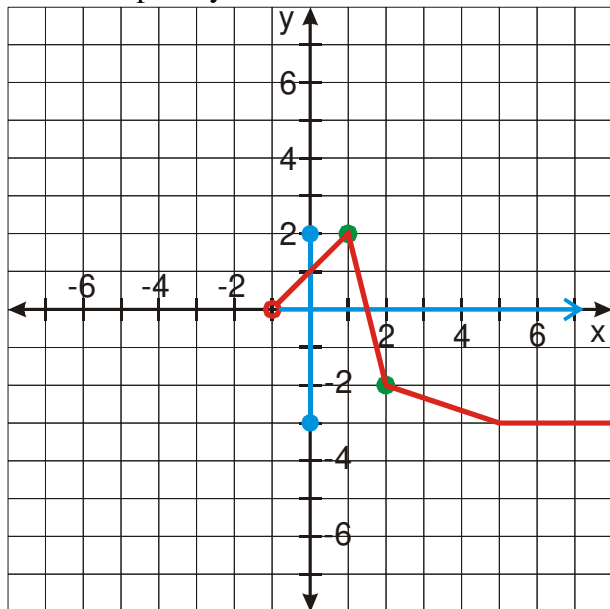
a)  $D(f) = (-1; \infty)$ ,  $H(f) = \langle -3; 2 \rangle$ ,  $f(1) = 2$ ,  $f(2) = -2$

Funkce splňující podmínky musí mít hodnotu pro všechna  $x$  vyznačená na ose  $x$ , musí dosáhnout hodnoty všech  $y$  vyznačených na ose  $y$  a musí procházet vyznačenými body.



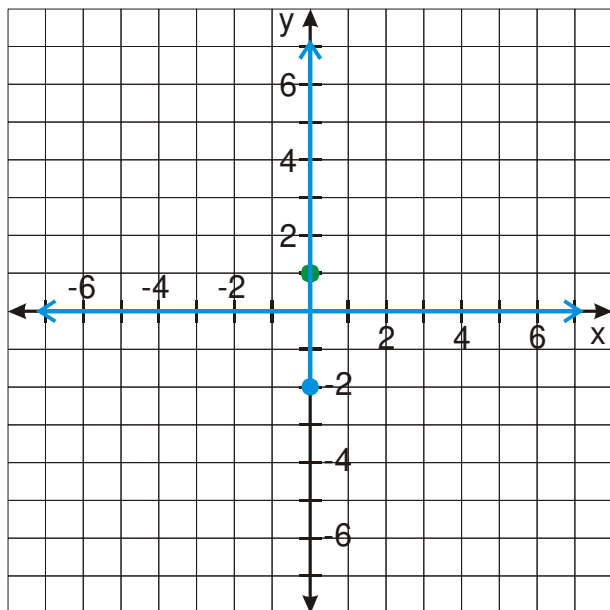


Jedno ze správných řešení.

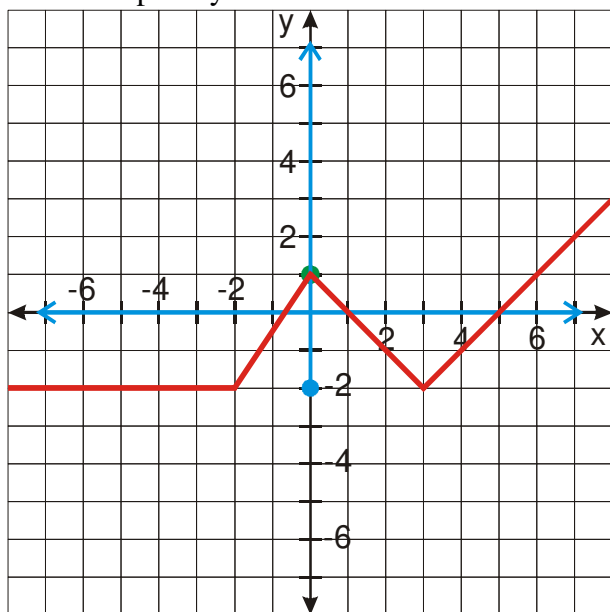


b)  $D(f) = \mathbb{R}$ ,  $H(f) = \langle -2; \infty \rangle$ ,  $f(-2) = f(3)$ ,  $f(0) = 1$

Funkce splňující podmínky musí mít hodnotu pro všechna  $x$  vyznačená na ose  $x$ , musí dosáhnout hodnoty všech  $y$  vyznačených na ose  $y$ , musí procházet vyznačenými body a hodnota v bodě  $-2$  se musí rovnat hodnotě v bodě  $3$ .

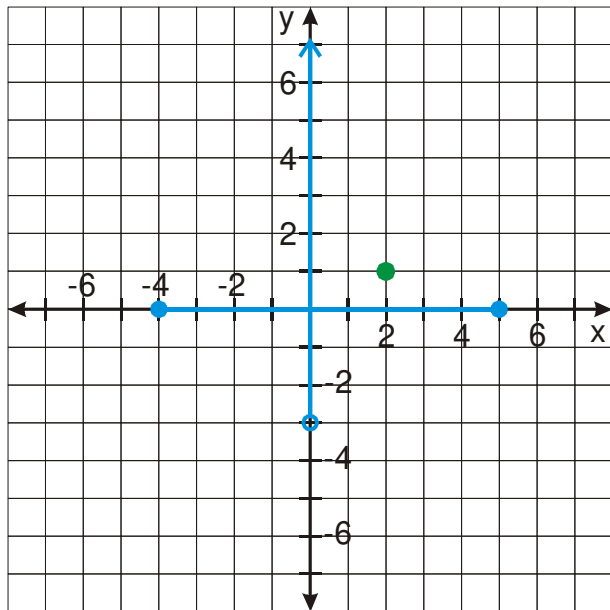


Jedno ze správných řešení.

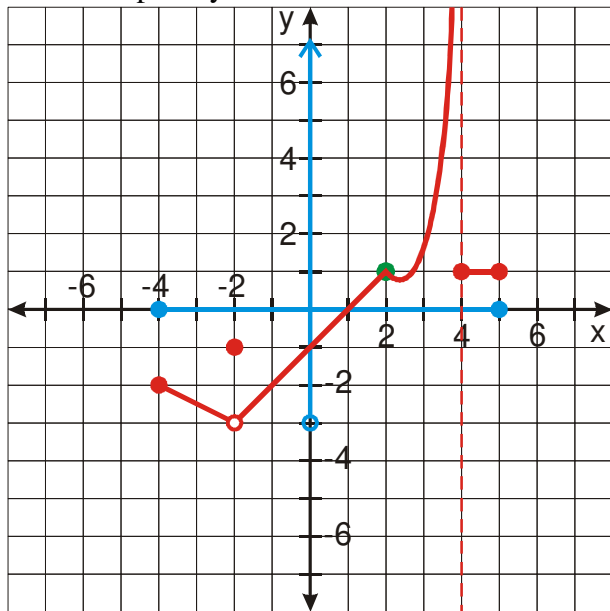


c)  $D(f) = \langle -4; 5 \rangle$ ,  $H(f) = (-3; \infty)$ ,  $f(-3) < f(0)$ ,  $f(2) = 1$

Funkce splňující podmínky musí mít hodnotu pro všechna  $x$  vyznačená na ose  $x$ , musí dosáhnout hodnoty všech  $y$  vyznačených na ose  $y$ , musí procházet vyznačenými body a hodnota v bodě  $-2$  se musí rovnat hodnotě v bodě  $3$ .



Jedno ze správných řešení.



**Shrnutí:**