

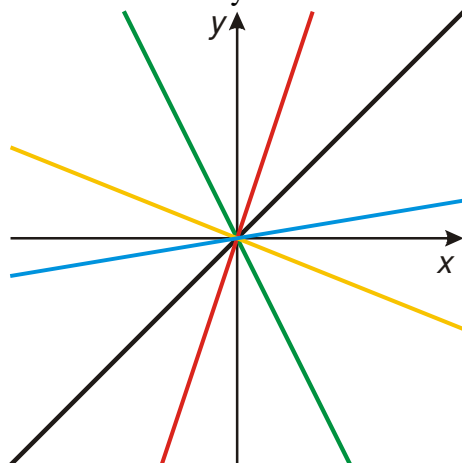
4.4.11 Funkce přímá úměrnost III

Předpoklady: 040410

Př. 1: Na obrázku jsou nakresleny grafy následujících přímých úměrností. Popiš je.

a) $y = x$ b) $y = -2x$ c) $y = -\frac{2}{5}x$ d) $y = 3x$

Která z nakreslených funkcí není v nabídce? Odhadni její předpis.



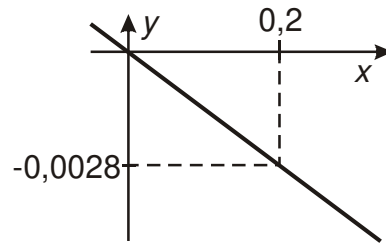
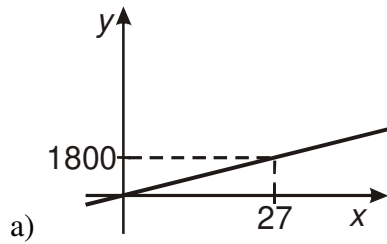
Máme dva předpisy rostoucích funkcí (na obrázku jsou tři) a dva předpisy klesajících funkcí (na obrázku jsou dvě) \Rightarrow nejdříve určíme klesající funkce:

- Funkce $y = -2x$ má větší absolutní hodnotu koeficientu \Rightarrow klesá rychleji (je strmější) \Rightarrow je nakreslena zeleně.
- Funkce $y = -\frac{2}{5}x$ má menší absolutní hodnotu koeficientu \Rightarrow klesá pomaleji (je pozvolnější) \Rightarrow je nakreslena žlutě.

Rostoucí funkce:

- Červeně nakreslená funkce je nejstrmější \Rightarrow jde o funkci $y = 3x$.
- Černě nakreslená funkce je rostoucí, méně strmá než funkce $y = -2x$ a strmější než funkce $y = -\frac{2}{5}x \Rightarrow$ jde o funkci $y = x$.
- Modře nakreslená funkce je rostoucí a nejméně strmá ze všech funkcí \Rightarrow jde o funkci $y = kx$, kde $k \in \left(0; \frac{2}{5}\right)$ přibližně $k = \frac{1}{5}$.

Př. 2: Urči koeficienty přímých úměrností.

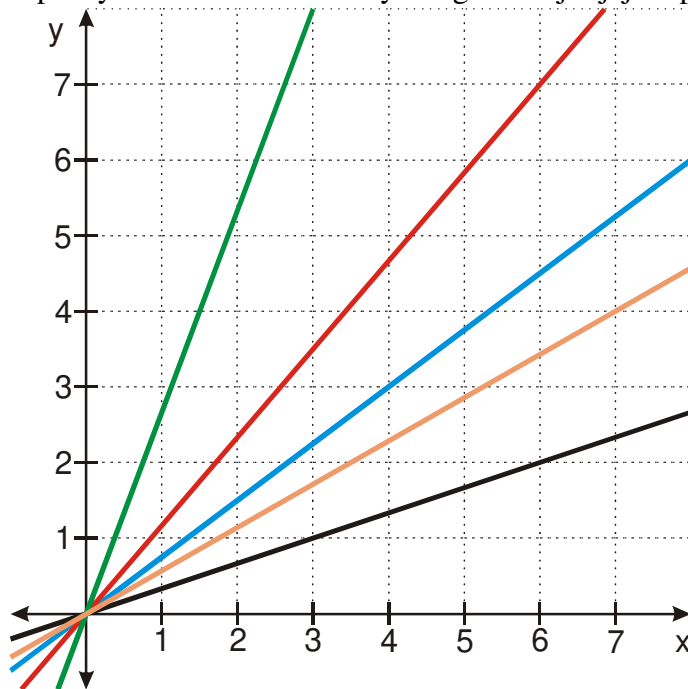


a) Funkce prochází bodem $[27; 1800]$: $k = \frac{y}{x} = \frac{1800}{27} = \frac{200}{3} \Rightarrow$ na obrázku je funkce

$$y = \frac{200}{3}x.$$

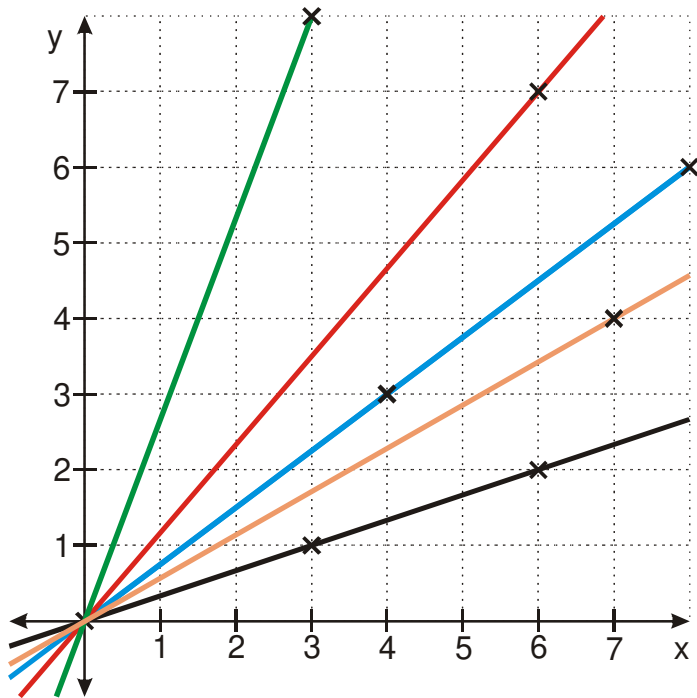
b) Funkce prochází bodem $[0,2; -0,0028]$: $k = \frac{y}{x} = \frac{-0,0028}{0,2} = -0,014 \Rightarrow$ na obrázku je funkce $y = -0,014x$.

Př. 3: K přímým úměrám zakresleným v grafu najdi jejich předpisy.



U každé funkce musíme najít bod se snadno odečitatelnými souřadnicemi, které pak použijeme pro výpočet koeficientu.

Na obrázku jsou vyznačeny body, které je výhodné použít k výpočtu koeficientu přímé úměrnosti.

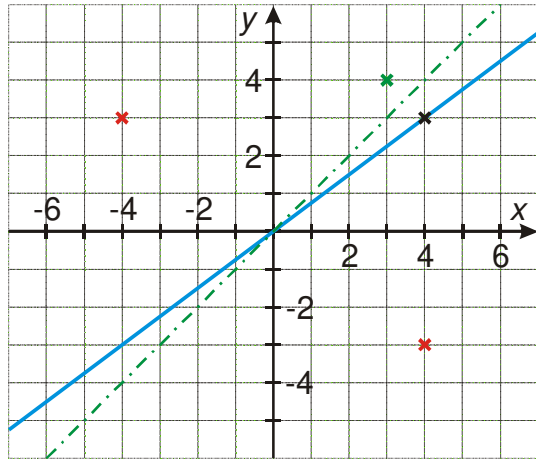


- Černý graf: bod $[3; 1] \Rightarrow k = \frac{y}{x} = \frac{1}{3} \Rightarrow$ jde o funkci $y = \frac{1}{3}x$.
- Žlutý graf: bod $[7; 4] \Rightarrow k = \frac{y}{x} = \frac{4}{7} \Rightarrow$ jde o funkci $y = \frac{4}{7}x$.
- Modrý graf: bod $[4; 3] \Rightarrow k = \frac{y}{x} = \frac{3}{4} \Rightarrow$ jde o funkci $y = \frac{3}{4}x$.
- Červený graf: bod $[6; 7] \Rightarrow k = \frac{y}{x} = \frac{7}{6} \Rightarrow$ jde o funkci $y = \frac{7}{6}x$.
- Zelený graf: bod $[3; 8] \Rightarrow k = \frac{y}{x} = \frac{8}{3} \Rightarrow$ jde o funkci $y = \frac{8}{3}x$.

Př. 4: Najdi přímou úměrnost, jejíž graf je s grafem funkce $y = \frac{3}{4}x$ osově souměrný:

- podle osy x ,
- podle osy y ,
- podle přímky, která je grafem funkce $y = x$.

Ve všech bodech si můžeme nakreslit libovolný bod původní funkce, najít si jeho obraz a z něj určit předpis hledané přímé úměrnosti.



a) podle osy x

Bod $[4; 3]$ se zobrazí na bod $[4; -3] \Rightarrow k = \frac{y}{x} = \frac{-3}{4} = -\frac{3}{4} \Rightarrow$ jde o funkci $y = -\frac{3}{4}x$.

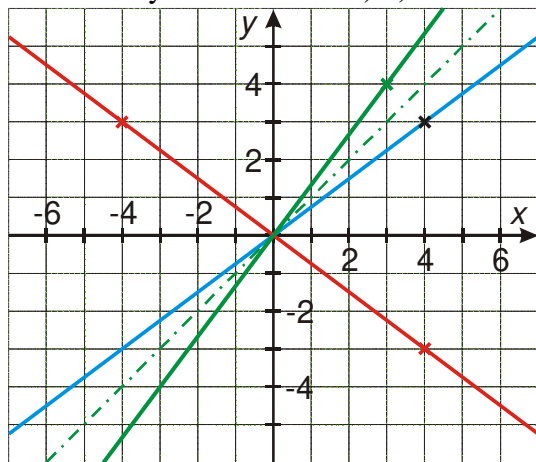
b) podle osy y

Bod $[4; 3]$ se zobrazí na bod $[-4; 3] \Rightarrow k = \frac{y}{x} = \frac{3}{-4} = -\frac{3}{4} \Rightarrow$ jde o funkci $y = -\frac{3}{4}x$.

c) podle přímky, která je grafem funkce $y = x$

Bod $[4; 3]$ se zobrazí na bod $[3; 4] \Rightarrow k = \frac{y}{x} = \frac{4}{3} \Rightarrow$ jde o funkci $y = \frac{4}{3}x$.

Shodnost výsledků z bodů a) b) si můžeme zkontrolovat i na obrázku.



Př. 5: Které z následujících tvrzení o funkci $y = \frac{4}{3}x$ jsou pravdivé?

a) Funkce je rostoucí.

b) Vždy platí: $\frac{f(x)}{x} = \frac{4}{3}$.

c) Pro každý bod grafu platí, že y -ová souřadnice je větší než x -ová.

a) Funkce je rostoucí.

Pravda. Koeficient přímé úměrnosti je kladný.

b) Vždy platí: $\frac{f(x)}{x} = \frac{4}{3}$.

Pravda. $f(x) = y \Rightarrow \frac{f(x)}{x} = \frac{y}{x} = \frac{4}{3} - k$.

c) Pro každý bod grafu platí, že y -ová souřadnice je větší než x -ová.

Nepravda. Platí pouze pro body, které získáme z kladných hodnot x (například bod $[3; 4]$).

Pro body, které získáme ze záporných hodnot x , je situace opačná (například u bodu $[-3; -4]$ je y -ová souřadnice menší než x -ová.

Př. 6: Najdi přímou úměrnost, jejíž graf je s grafem funkce $y = kx$ osově souměrný:

a) podle osy x ,

b) podle osy y ,

c) podle přímky, která je grafem funkce $y = x$.

Velmi podobné příkladu 7, jen obecná funkce místo konkrétní. Budeme vycházet z bodu $[1; k]$.

a) podle osy x

Bod $[1; k]$ se zobrazí na bod $[1; -k] \Rightarrow k = \frac{y}{x} = \frac{-k}{1} = -k \Rightarrow$ jde o funkci $y = -kx$.

b) podle osy y

Bod $[1; k]$ se zobrazí na bod $[-1; k] \Rightarrow k = \frac{y}{x} = \frac{k}{-1} = -k \Rightarrow$ jde o funkci $y = -kx$.

c) podle přímky, která je grafem funkce $y = x$

Bod $[1; k]$ se zobrazí na bod $[k; 1] \Rightarrow k = \frac{y}{x} = \frac{1}{k} \Rightarrow$ jde o funkci $y = \frac{1}{k}x$.

Shrnutí: Předpis přímé úměrnosti můžeme snadno získat dosazením konkrétního bodu grafu do obecného předpisu $y = kx$.