

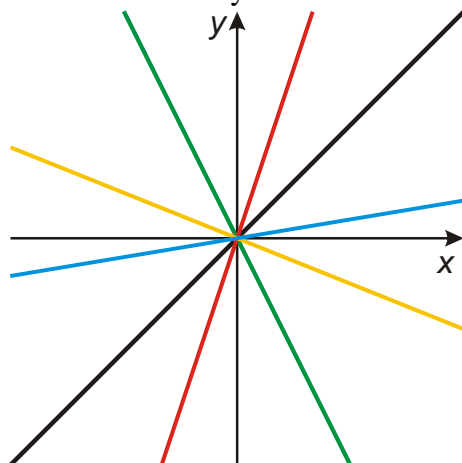
### 4.4.11 Funkce přímá úměrnost III

**Předpoklady:** 040410

**Př. 1:** Na obrázku jsou nakresleny grafy následujících přímých úměrností. Popiš je.

a)  $y = x$                       b)  $y = -2x$                       c)  $y = -\frac{2}{5}x$                       d)  $y = 3x$

Která z nakreslených funkcí není v nabídce? Odhadni její předpis.



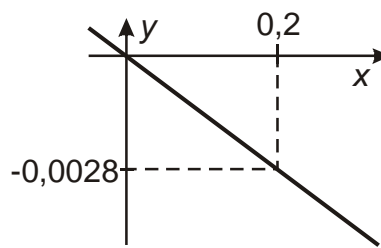
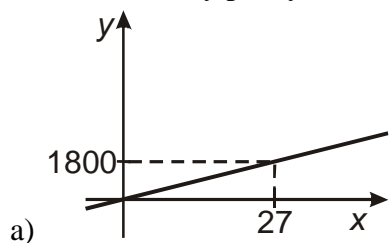
Máme dva předpisy rostoucích funkcí (na obrázku jsou tři) a dva předpisy klesajících funkcí (na obrázku jsou dvě)  $\Rightarrow$  nejdříve určíme klesající funkce:

- Funkce  $y = -2x$  má větší absolutní hodnotu koeficientu  $\Rightarrow$  klesá rychleji (je strmější)  $\Rightarrow$  je nakreslena zeleně.
- Funkce  $y = -\frac{2}{5}x$  má menší absolutní hodnotu koeficientu  $\Rightarrow$  klesá pomaleji (je pozvolnější)  $\Rightarrow$  je nakreslena žlutě.

Rostoucí funkce:

- Červeně nakreslená funkce je nejstrmější  $\Rightarrow$  jde o funkci  $y = 3x$ .
- Černě nakreslená funkce je rostoucí, méně strmá než funkce  $y = -2x$  a strmější než funkce  $y = -\frac{2}{5}x \Rightarrow$  jde o funkci  $y = x$ .
- Modře nakreslená funkce je rostoucí a nejméně strmá ze všech funkcí  $\Rightarrow$  jde o funkci  $y = kx$ , kde  $k \in \left(0; \frac{2}{5}\right)$  přibližně  $k = \frac{1}{5}$ .

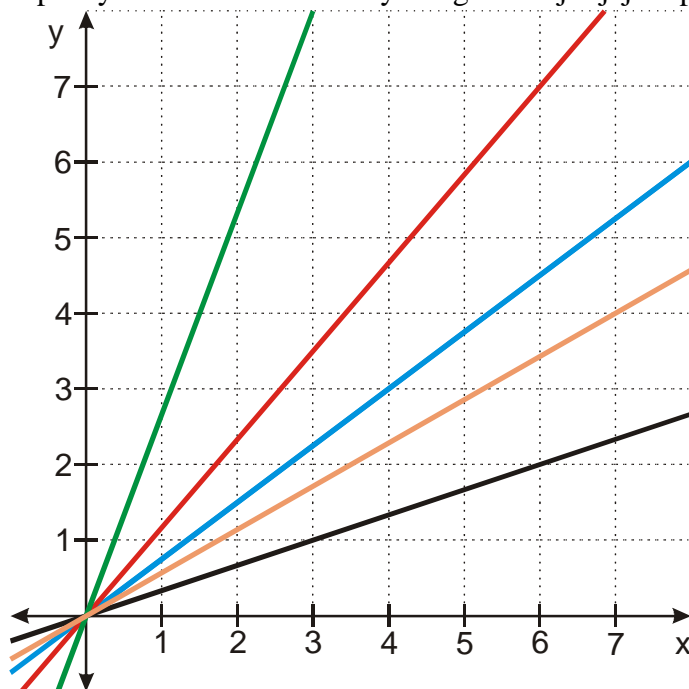
**Př. 2:** Urči koeficienty přímých úměrností.



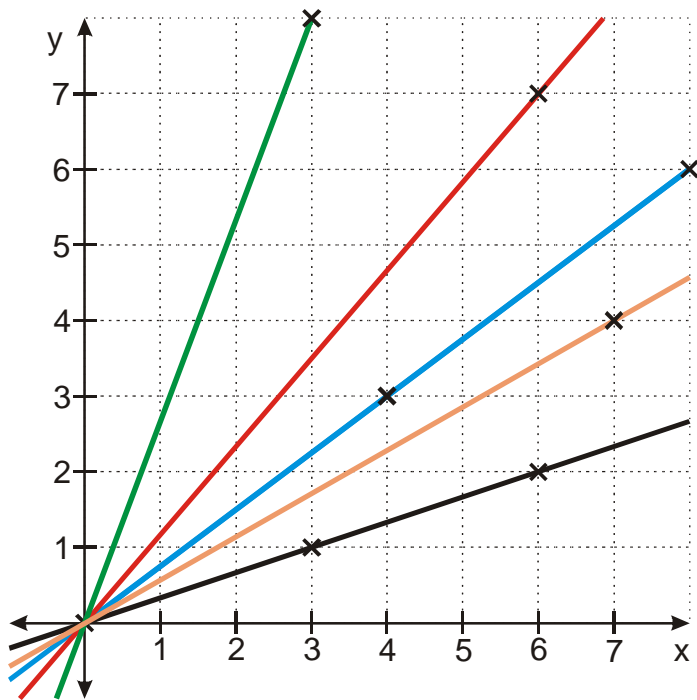
a) Funkce prochází bodem  $[27; 1800]$ :  $k = \frac{y}{x} = \frac{1800}{27} = \frac{200}{3} \Rightarrow$  na obrázku je funkce  $y = \frac{200}{3}x$ .

b) Funkce prochází bodem  $[0,2; -0,0028]$ :  $k = \frac{y}{x} = \frac{-0,0028}{0,2} = -0,014 \Rightarrow$  na obrázku je funkce  $y = -0,014x$ .

**Př. 3:** K přímým úměřám zakresleným v grafu najdi jejich předpisy.



U každé funkce musíme najít bod se snadno odečitatelnými souřadnicemi, které pak použijeme pro výpočet koeficientu.  
Na obrázku jsou vyznačeny body, které je výhodné použít k výpočtu koeficientu přímé úměrnosti.

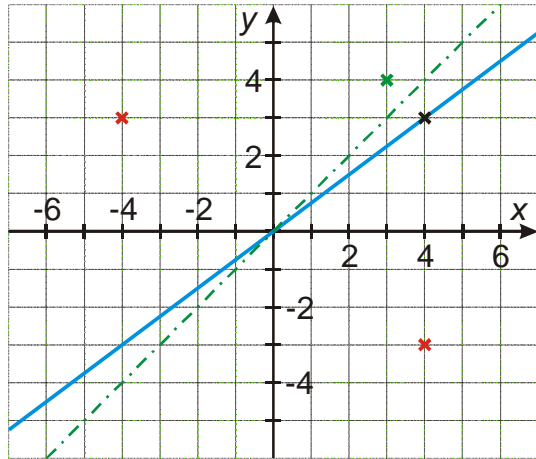


- Černý graf: bod  $[3; 1] \Rightarrow k = \frac{y}{x} = \frac{1}{3} \Rightarrow$  jde o funkci  $y = \frac{1}{3}x$ .
- Žlutý graf: bod  $[7; 4] \Rightarrow k = \frac{y}{x} = \frac{4}{7} \Rightarrow$  jde o funkci  $y = \frac{4}{7}x$ .
- Modrý graf: bod  $[4; 3] \Rightarrow k = \frac{y}{x} = \frac{3}{4} \Rightarrow$  jde o funkci  $y = \frac{3}{4}x$ .
- Červený graf: bod  $[6; 7] \Rightarrow k = \frac{y}{x} = \frac{7}{6} \Rightarrow$  jde o funkci  $y = \frac{7}{6}x$ .
- Zelený graf: bod  $[3; 8] \Rightarrow k = \frac{y}{x} = \frac{8}{3} \Rightarrow$  jde o funkci  $y = \frac{8}{3}x$ .

**Př. 4:** Najdi přímou úměrnost, jejíž graf je s grafem funkce  $y = \frac{3}{4}x$  osově souměrný:

- podle osy  $x$ ,
- podle osy  $y$ ,
- podle přímky, která je grafem funkce  $y = x$ .

Ve všech bodech si můžeme nakreslit libovolný bod původní funkce, najít si jeho obraz a z něj určit předpis hledané přímé úměrnosti.



a) podle osy  $x$

Bod  $[4; 3]$  se zobrazí na bod  $[4; -3] \Rightarrow k = \frac{y}{x} = \frac{-3}{4} = -\frac{3}{4} \Rightarrow$  jde o funkci  $y = -\frac{3}{4}x$ .

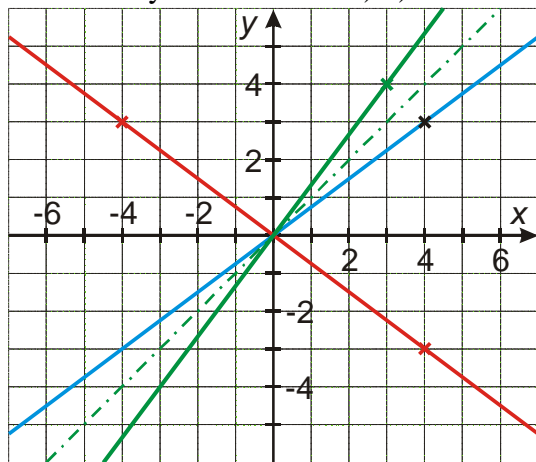
b) podle osy  $y$

Bod  $[4; 3]$  se zobrazí na bod  $[-4; 3] \Rightarrow k = \frac{y}{x} = \frac{3}{-4} = -\frac{3}{4} \Rightarrow$  jde o funkci  $y = -\frac{3}{4}x$ .

c) podle přímky, která je grafem funkce  $y = x$

Bod  $[4; 3]$  se zobrazí na bod  $[3; 4] \Rightarrow k = \frac{y}{x} = \frac{4}{3} \Rightarrow$  jde o funkci  $y = \frac{4}{3}x$ .

Shodnost výsledků z bodů a) b) si můžeme zkontrolovat i na obrázku.



**Př. 5:** Které z následujících tvrzení o funkci  $y = \frac{4}{3}x$  jsou pravdivé?

a) Funkce je rostoucí.

b) Vždy platí:  $\frac{f(x)}{x} = \frac{4}{3}$ .

c) Pro každý bod grafu platí, že  $y$ -ová souřadnice je větší než  $x$ -ová.

a) Funkce je rostoucí.

Pravda. Koeficient přímé úměrnosti je kladný.

b) Vždy platí:  $\frac{f(x)}{x} = \frac{4}{3}$ .

Pravda.  $f(x) = y \Rightarrow \frac{f(x)}{x} = \frac{y}{x} = \frac{4}{3} - k$ .

c) Pro každý bod grafu platí, že  $y$ -ová souřadnice je větší než  $x$ -ová.

Nepravda. Platí pouze pro body, které získáme z kladných hodnot  $x$  (například bod  $[3; 4]$ ).

Pro body, které získáme ze záporných hodnot  $x$  je situace opačná (například u bodu  $[-3; -4]$  je  $y$ -ová souřadnice menší než  $x$ -ová).

**Př. 6:** Najdi přímou úměrnost, jejíž graf je s grafem funkce  $y = kx$  osově souměrný:

a) podle osy  $x$ ,

b) podle osy  $y$ ,

c) podle přímky, která je grafem funkce  $y = x$ .

Velmi podobné příkladu 7, jen obecná funkce místo konkrétní. Budeme vycházet z bodu  $[1; k]$ .

a) podle osy  $x$

Bod  $[1; k]$  se zobrazí na bod  $[1; -k] \Rightarrow k = \frac{y}{x} = \frac{-k}{1} = -k \Rightarrow$  jde o funkci  $y = -kx$ .

b) podle osy  $y$

Bod  $[1; k]$  se zobrazí na bod  $[-1; k] \Rightarrow k = \frac{y}{x} = \frac{k}{-1} = -k \Rightarrow$  jde o funkci  $y = -kx$ .

c) podle přímky, která je grafem funkce  $y = x$

Bod  $[1; k]$  se zobrazí na bod  $[k; 1] \Rightarrow k = \frac{y}{x} = \frac{1}{k} \Rightarrow$  jde o funkci  $y = \frac{1}{k}x$ .

**Shrnutí:** Předpis přímé úměrnosti můžeme snadno získat dosazením konkrétního bodu grafu do obecného předpisu  $y = kx$ .