

4.4.13 Lineární funkce II

Předpoklady: 040412

Př. 1: Nakresli do jednoho obrázku grafy následujících lineárních funkcí.

a) $y = 0,5x$ b) $y = 0,5x + 2$ c) $y = x + 0,5$ d) $y = 0,5x - 3$

Ještě před vytvořením obrázku odhadni výsledek.

Tři grafy a), b) a d) budou rovnoběžné (stejný koeficientem $a = 0,5$), jedna bude strmější (koeficient $a = 1$).

Funkce $y = 0,5x$

x	0	2
$y = 0,5x$	0	1

Funkce $y = 0,5x + 2$

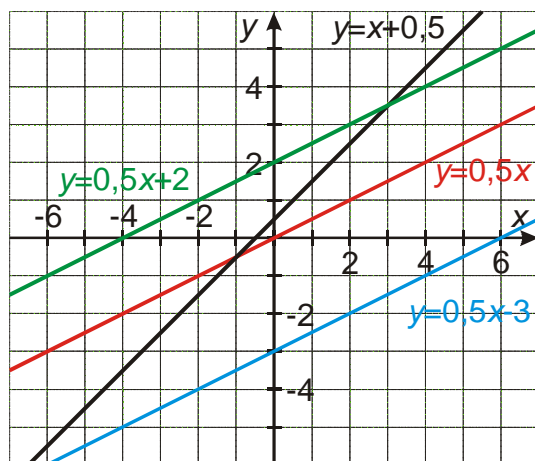
x	0	2
$y = 0,5x + 2$	2	3

Funkce $y = x + 0,5$

x	0	1,5
$y = x + 0,5$	0,5	2

Funkce $y = 0,5x - 3$

x	0	2
$y = 0,5x - 3$	-3	-2



Pedagogická poznámka: Grafy v předchozím příkladu sestavují žáci různě. To, že je nutné najít pouze dva body je výsledkem diskuse při kontrole příkladu.

Př. 2: Kolik bodů potřebujeme k narysování grafu lineární funkce?

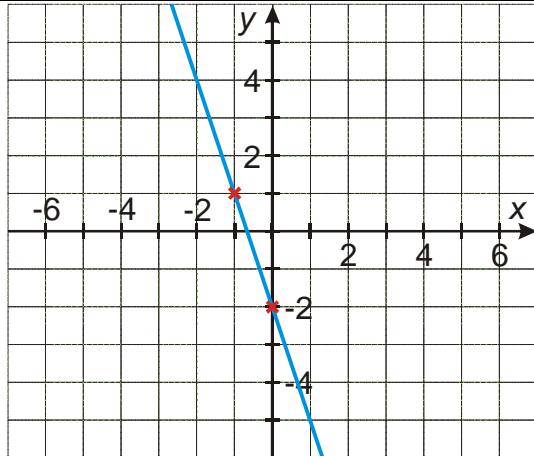
Grafem lineární funkce je přímka, k narysování přímky potřebujeme dva body \Rightarrow k narysování grafu lineární funkce budeme potřebovat dva body.

Př. 3: Narýsuj pomocí dvou bodů grafy lineárních funkcí.

a) $y = -3x - 2$ b) $y = \frac{1}{2}x + 1$ c) $y = \frac{2}{3}x - 3$

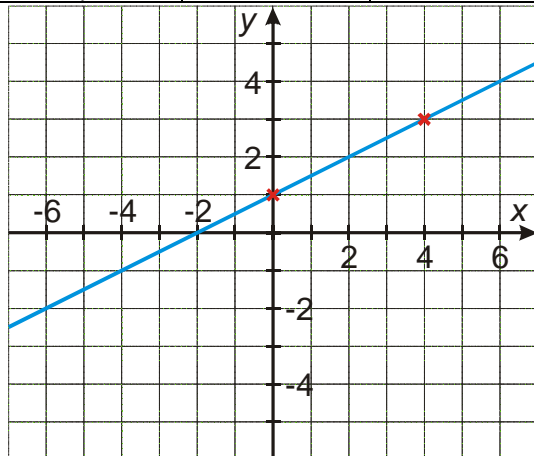
a) $y = -3x - 2$

x	0	-1
y	-2	1



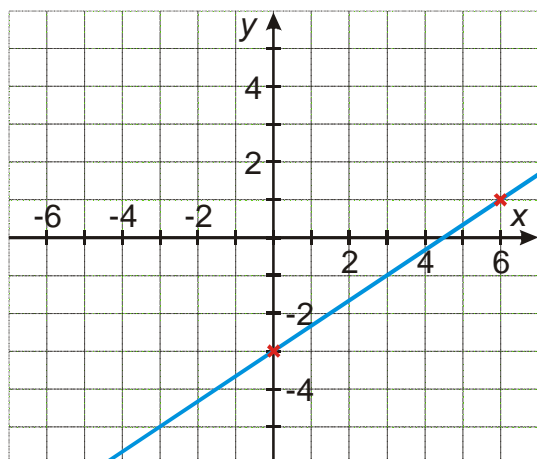
b) $y = \frac{1}{2}x + 1$

x	0	4
y	1	3



c) $y = \frac{2}{3}x - 3$

x	0	6
y	-3	1



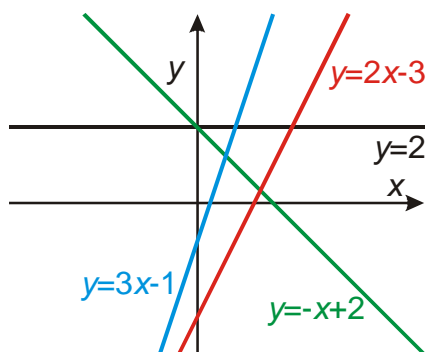
Př. 4: Načrtni do jednoho obrázku bez očíslovaných os grafy lineárních funkcí:

- a) $y = 2x - 3$ b) $y = 3x - 1$ c) $y = -x + 2$ d) $y = 2$

Funkce $y = 3x - 1$ je strmější než funkce $y = 2x - 3$ (má větší koeficient a) a s osou y se prožíná výše (koeficient a je větší).

Funkce $y = -x + 2$ je klesající a méně strmá než předchozí dvě funkce.

V předpisu funkce $y = 2$ se vůbec nevyskytuje proměnná $x \Rightarrow$ na hodnotě x nezáleží a hodnota y je vždy 2 \Rightarrow grafem bude vodorovná přímka procházející osou y v bodě $[0; 2]$.



Př. 5: Urči průsečíky grafu lineární funkce $y = 2x - 4$ s osami x a y .

Průsečík s osou x : y -ová souřadnice je nulová \Rightarrow

$$0 = 2x - 4 \quad / +4$$

$$2x = 4 \quad / :2$$

$$x = 2$$

Graf funkce $y = 2x - 4$ se protíná s osou x v bodě $[2; 0]$.

Průsečík s osou y : x -ová souřadnice je nulová \Rightarrow

$$y = 2x - 4 = 2 \cdot 0 - 4 = -4$$

Graf funkce $y = 2x - 4$ se protíná s osou y v bodě $[0; -4]$.

Př. 6: Urči průsečíky grafu lineární funkce $y = ax + b$ s osami x a y .

Průsečík s osou x : y -ová souřadnice je nulová \Rightarrow

$$0 = ax + b \quad / -b$$

$$ax = -b \quad / : a, a \neq 0$$

$$x = -\frac{b}{a}$$

Graf funkce $y = ax + b$ se protíná s osou x v bodě $\left[-\frac{b}{a}; 0\right]$.

Průsečík s osou y : x -ová souřadnice je nulová \Rightarrow

$$y = ax + b = a \cdot 0 + b = b$$

Graf funkce $y = ax + b$ se protíná s osou y v bodě $[0; b]$.

Př. 7: Jak ovlivňují graf lineární funkce hodnoty koeficientů a, b ?

Koeficient:

- a : určuje sklon přímky:
 - $a > 0$ rostoucí funkce,
 - $a < 0$ klesající funkce,
 - čím je $|a|$ větší, tím strmější graf
- b : určuje posunutí grafu ve svislém směru (přímo určuje y -ovou souřadnici průsečíku s osou y).

Př. 8: Nakresli pomocí dvou bodů grafy lineárních funkcí.

$$\text{a) } y = \frac{7}{3}x + \frac{2}{3}$$

$$\text{b) } y = -\frac{3}{5}x + \frac{4}{9}$$

$$\text{c) } y = \frac{5}{7}x - \frac{5}{8}$$

$$\text{a) } y = \frac{7}{3}x + \frac{2}{3}$$

$$b = \frac{2}{3} \Rightarrow \text{průsečík s osou } y: \left[0; \frac{2}{3}\right]$$

$$x = 1: y = \frac{7}{3} \cdot 1 + \frac{2}{3} = \frac{9}{3} = 3 \Rightarrow \text{bod } [1; 3]$$

$$\text{b) } y = -\frac{3}{5}x + \frac{4}{9}$$

$$b = \frac{4}{9} \Rightarrow \text{průsečík s osou } y: \left[0; \frac{4}{9}\right]$$

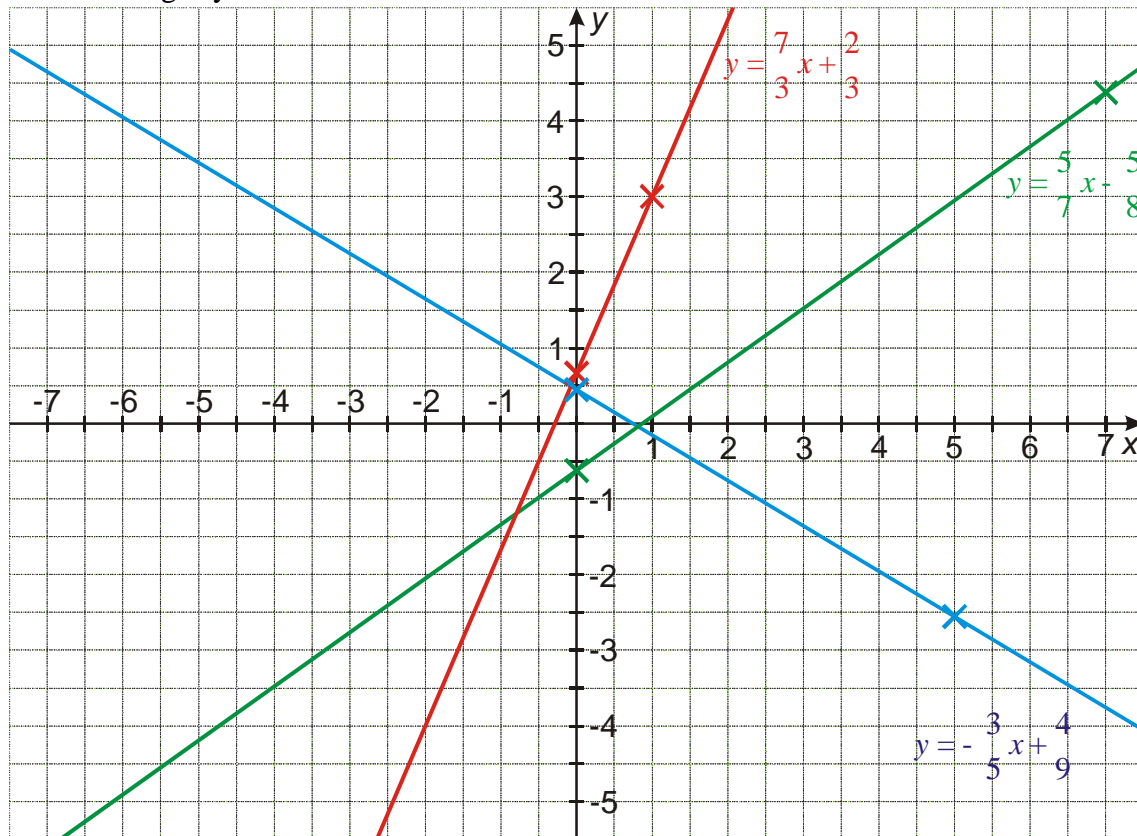
$$x = 5: y = -\frac{3}{5} \cdot 5 + \frac{4}{9} = -3 + \frac{4}{9} = -\frac{23}{9} \Rightarrow \text{bod } \left[5; -\frac{23}{9}\right]$$

$$\text{c) } y = \frac{5}{7}x - \frac{5}{8}$$

$$b = -\frac{5}{8} \Rightarrow \text{průsečík s osou } y: \left[0; -\frac{5}{8} \right]$$

$$x = 7: y = \frac{5}{7} \cdot 7 - \frac{5}{8} = 5 - \frac{5}{8} = \frac{35}{8} \Rightarrow \text{bod } \left[7; \frac{35}{8} \right]$$

Nakreslíme grafy.



Kontrola:

Jedna klesající funkce $y = -\frac{3}{5}x + \frac{4}{9}$, rychle rostoucí funkce $y = \frac{7}{3}x + \frac{2}{3}$ se protíná s osou y

nad osou x , pomalu rostoucí funkce $y = \frac{5}{7}x - \frac{5}{8}$ se protíná s osou y pod osou x .

Shrnutí: Koeficient a lineární funkce $y = ax + b$ rozhoduje o sklonu grafu, koeficient b o posunutí po ose y .