

4.4.18 Absolutní hodnota III

Předpoklady: 040417

Př. 1: Vypočti.

a) $|1-3|+2(1-|-3|)$

b) $2+|2-4|-3(2+|-2|)$

c) $|-2|\cdot|2-7|\cdot(-3)$

d) $\frac{|2-5|}{|-3+2|} + \left| \frac{2\cdot(-3)}{-4} \right|$

a) $|1-3|+2(1-|-3|) = |-2|+2(1-3) = 2+2(-2) = 2-4 = -2$

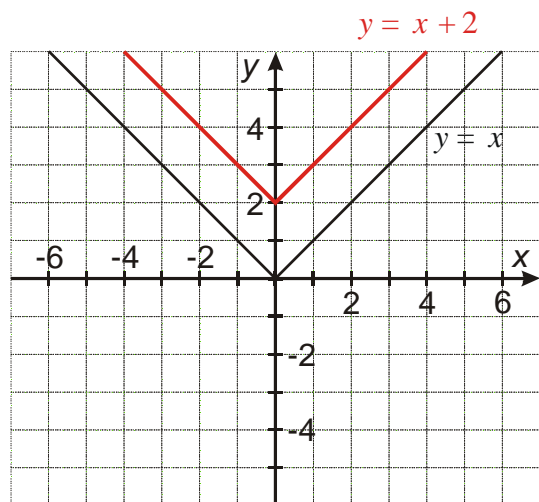
b) $2+|2-4|-3(2+|-2|) = 2+|-2|-3(2+2) = 2+2-3\cdot 4 = 4-12 = -8$

c) $|-2|\cdot|2-7|\cdot(-3) = 2\cdot|-5|\cdot(-3) = 2\cdot 5\cdot(-3) = -30$

d) $\frac{|2-5|}{|-3+2|} + \left| \frac{2\cdot(-3)}{-4} \right| = \frac{|-3|}{|-1|} + \left| \frac{-6}{-4} \right| = \frac{3}{1} + \left| \frac{3}{2} \right| = 3 + \frac{3}{2} = \frac{7}{2}$

Př. 2: Nakresli graf funkce $y = |x| + 2$. Je tato funkce klesající? Je rostoucí?

Podobný graf jako graf funkce $y = |x|$, jen všechny hodnoty jsou o 2 větší \Rightarrow graf bude posunutý o 2 nahoru.



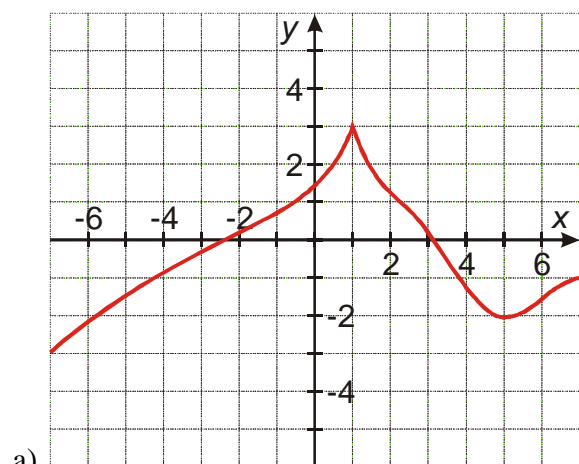
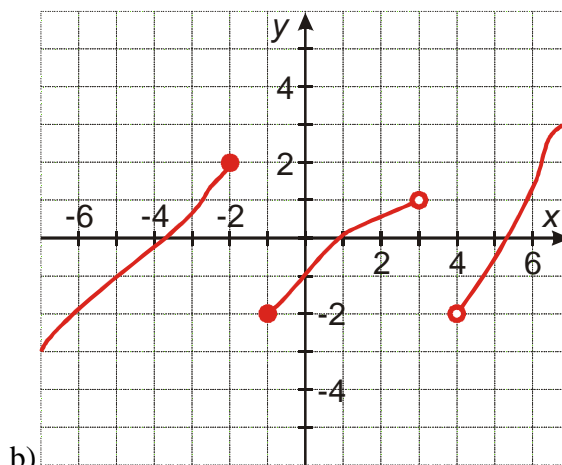
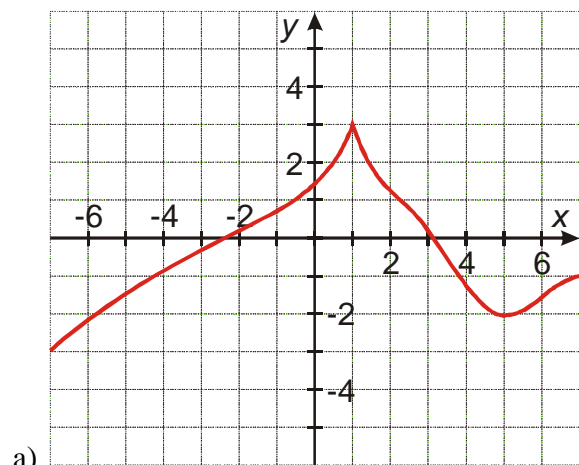
Funkce není ani rostoucí (zpočátku jde dolů) ani klesající (v druhé polovině roste).

Funkce $y = |x| + 2$ nejdříve klesá, poté roste \Rightarrow nemůžeme ji označit ani za rostoucí, ani za klesající.

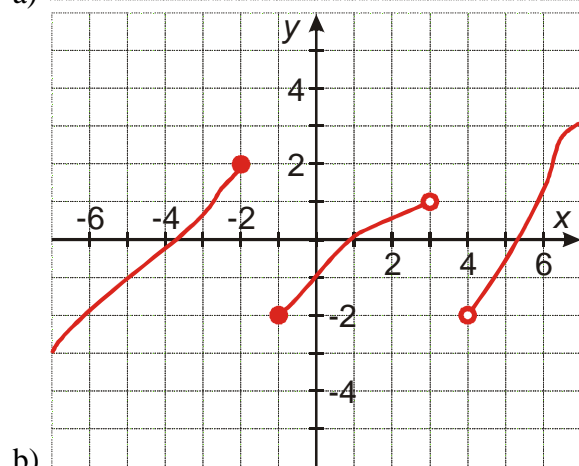
- Kdybychom sledovali chování funkce $y = |x| + 2$ pouze pro záporná čísla a nulu, zdála by se nám klesající \Rightarrow říkáme, že funkce $y = |x| + 2$ je klesající v intervalu $(-\infty; 0)$.

- Kdybychom sledovali chování funkce $y = |x| + 2$ pouze pro kladná čísla a nulu, zdála by se nám rostoucí \Rightarrow říkáme, že funkce $y = |x| + 2$ je rostoucí v intervalu $\langle 0; \infty \rangle$.

Př. 3: Podle obrázku urči intervaly, ve kterých je funkce $f(x)$ rostoucí (klesající).



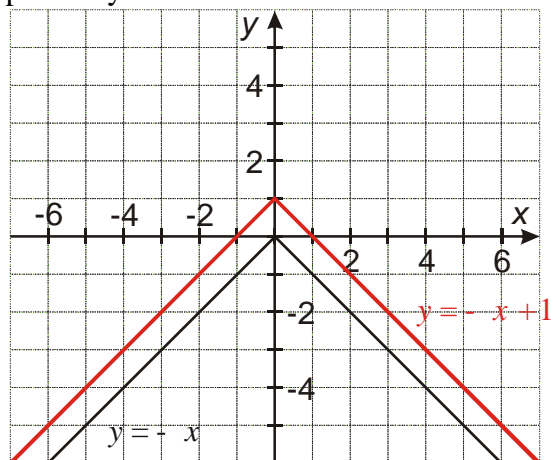
Funkce je:
rostoucí v intervalech $(-\infty; 1)$ a $\langle 5; \infty \rangle$,
klesající v intervalu $\langle 1; 5 \rangle$.



Funkce je:
rostoucí v intervalech $(-\infty; -2)$, $\langle -1; 3 \rangle$ a
 $(4; \infty)$,
klesající není v žádném intervalu.

Př. 4: Nakresli graf funkce $y = -|x| + 1$. Kdy je tato funkce rostoucí? Kdy klesající?

Podobný graf jako graf funkce $y = -|x|$, jen všechny hodnoty jsou o 1 větší \Rightarrow graf bude posunutý o 1 nahoru.



Funkce je rostoucí v intervalu $(-\infty; 0)$ a klesající v intervalu $(0; \infty)$.

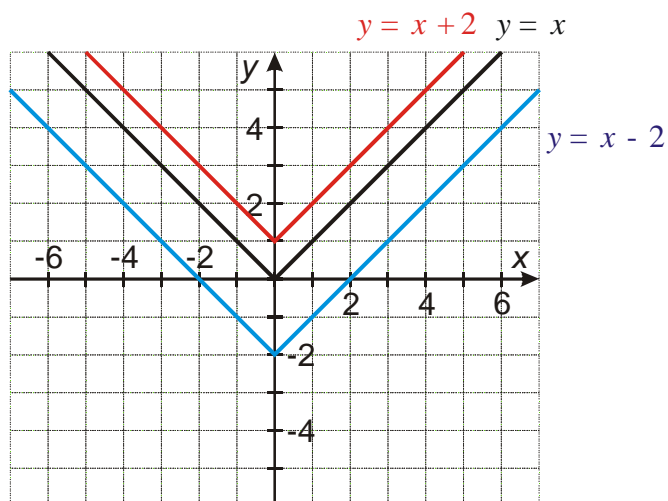
Př. 5: Nakresli do jednoho obrázku grafy funkcí:

a) $y = |x|$ b) $y = |x| + 1$ c) $y = |x| - 2$

Jak ovlivňuje hodnota parametru a graf funkce $y = |x| + a$?

b) $y = |x| + 1$: Graf podobný graf jako graf funkce $y = |x|$, jen všechny hodnoty jsou o 1 větší \Rightarrow graf bude posunutý o 1 nahoru.

c) $y = |x| - 2$: Graf podobný graf jako graf funkce $y = |x|$, jen všechny hodnoty jsou o 2 menší \Rightarrow graf bude posunutý o 2 dolů.



Hodnota parametru a u graf funkce $y = |x| + a$ rozhoduje o posunutí ve svislém směru.

Př. 6: Nakresli do jednoho obrázku grafy funkcí:

a) $y = |x|$

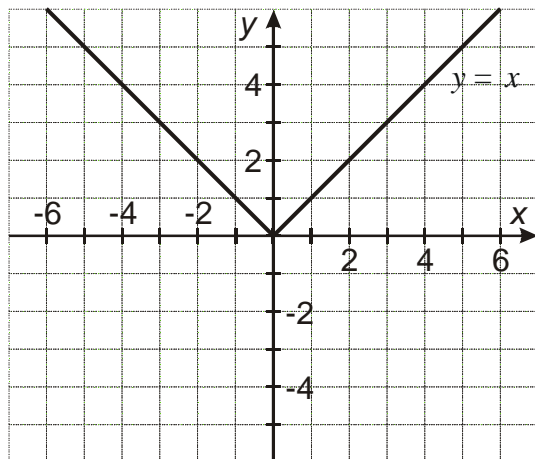
b) $y = 0,5|x|$

c) $y = 3|x|$

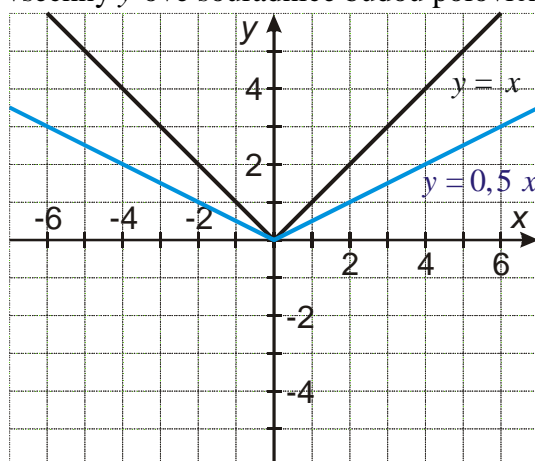
d) $y = -2|x|$

Jak ovlivňuje hodnota parametru a graf funkce $y = a|x|$?

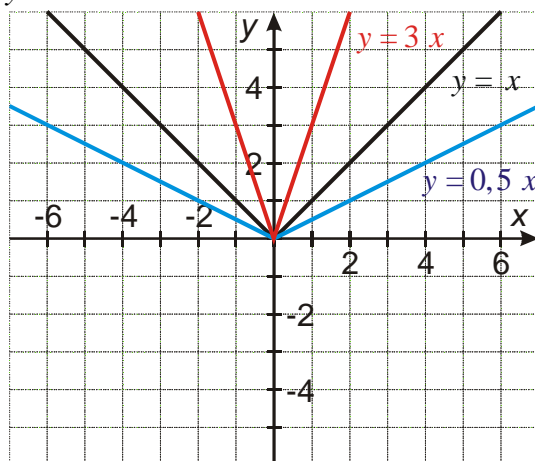
Nakreslíme do soustavy souřadnic grafu funkce $y = |x|$.



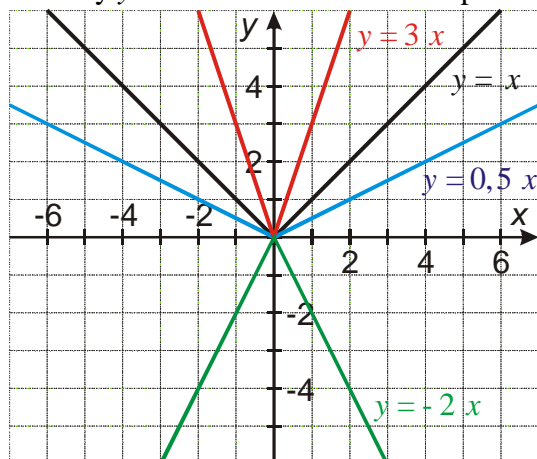
Hodnoty funkce $y = 0,5|x|$ je od hodnot funkce $y = |x|$ liší vynásobením číslem 0,5 \Rightarrow všechny y-ové souřadnice budou poloviční.



Hodnoty funkce $y = 3|x|$ je od hodnot funkce $y = |x|$ liší vynásobením číslem 3 \Rightarrow všechny y-ové souřadnice budou třikrát větší.



Hodnoty funkce $y = -2|x|$ je od hodnot funkce $y = |x|$ liší vynásobením číslem $(-2) \Rightarrow$ všechny y-ové souřadnice budou záporné s dvakrát větší absolutní hodnotou.



Hodnota parametru a u graf funkce $y = a|x|$ rozhoduje o „natažení“ ve svislém směru (čím větší hodnota a , tím strmější graf) a orientaci (záporné a znamená převrácení grafu podle vodorovné osy).

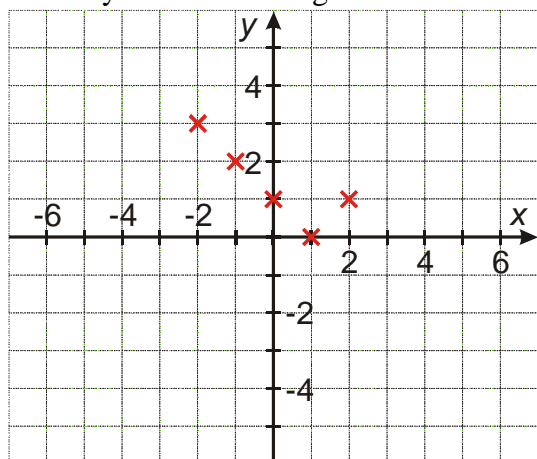
Př. 7: Nakresli graf funkcí $y = |x-1|$ a $y = |x+2|$. Ve kterých bodech se protínají se souřadnými osami?

$y = |x-1|$: jiný příklad než ostatní, graf určitě nebudeme posunovat dolů (vše je uvnitř absolutní hodnoty, proto hodnota y nemůže být menší než 0).

\Rightarrow zkusíme pomocí tabulky

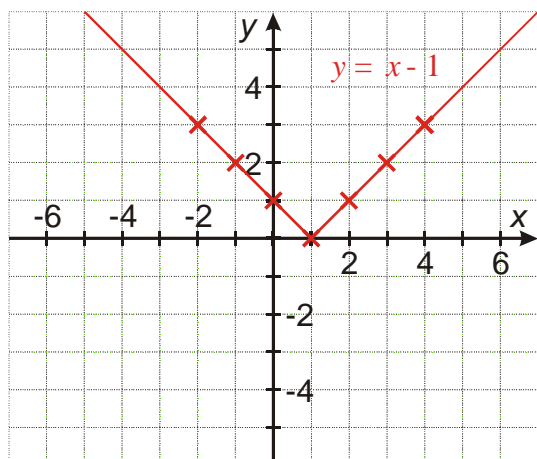
x	-2	-1	0	1	2
y	3	2	1	0	1

Hodnoty zakreslíme do grafu



Zdá se, že „věčko“ grafu se posunulo o 1 doprava, ověříme to ještě pomocí dalších dvou hodnot v tabulce.

x	-2	-1	0	1	2	3	4
y	3	2	1	0	1	2	3



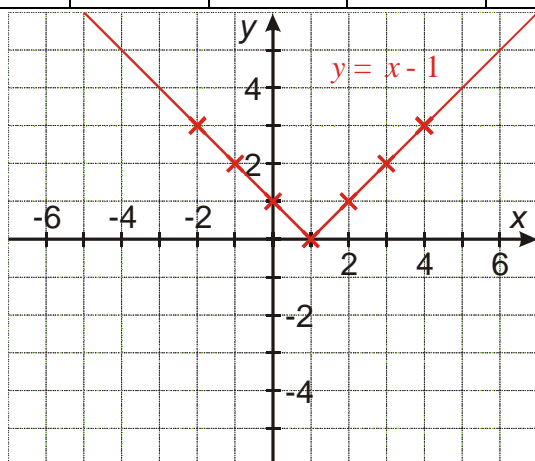
Další možné vysvětlení toho, proč se graf posunul doprava:

- uvnitř absolutní hodnoty je $x - 1 \Rightarrow$ za x musíme dosadit číslo 1, aby uvnitř absolutní hodnoty byla nula, které odpovídá špička „věčka“ \Rightarrow graf se posune po ose x tak, aby špička grafu byla u čísla $x = 1$,
- uvnitř absolutní hodnoty je $x - 1 \Rightarrow$ čísla dosazená za x se před uplatněním absolutní hodnoty zmenší o 1 \Rightarrow graf funkce $y = |x - 1|$ má stejné hodnoty jako graf funkce $y = |x|$ pro hodnoty x o jedna větší \Rightarrow je stejný, ale posunutý o 1 doprava.

$y = |x + 2|$: odhad podle předchozího příkladu: grafu bude posunutý po ose x o dva doleva (za x musíme dosadit -2 , aby uvnitř absolutní hodnoty byla nula).

\Rightarrow ověříme pomocí tabulky

x	-5	-4	-3	-2	-1	0	1
y	3	2	1	0	1	2	3



$$y = |x + 2|$$

Další možné vysvětlení toho, proč se graf posunul doleva:

- uvnitř absolutní hodnoty je $x + 1 \Rightarrow$ čísla dosazená za x se před uplatněním absolutní hodnoty zvětší o 2 \Rightarrow graf funkce $y = |x + 2|$ má stejné hodnoty jako graf funkce $y = |x|$ pro hodnoty x o dva menší \Rightarrow je stejný, ale posunutý o 2 doleva.

Shrnutí: