

## 4.4.22 Nepřímá úměrnost II

**Předpoklady:** 040421

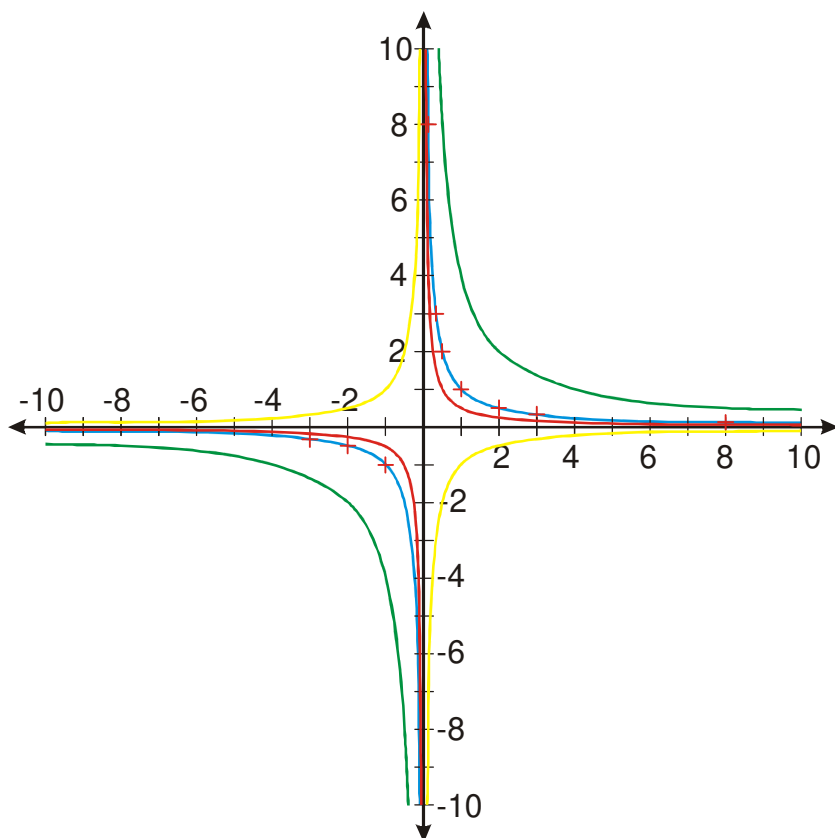
**Př. 1:** Zjisti, jak ovlivňuje hodnota koeficientu  $k$  graf nepřímé úměrnosti  $f : y = \frac{k}{x}$ .

V tabulce určíme několik hodnot pro každou zvolenou nepřímou úměrnost.

$x$	-1	$\frac{1}{2}$	1	2	4
$y = \frac{1}{x}$	-1	2	1	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{4}$
$y = \frac{4}{x}$	-4	8	4	2	1
$y = \frac{0,5}{x}$	-0,5	1	0,5	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{8}$
$y = -\frac{1}{x}$	1	-2	-1	$-\frac{1}{2}$	$-\frac{1}{4}$

Kreslíme grafy:

- $y = \frac{4}{x}$ : všechny hodnoty mají větší absolutní hodnotu než odpovídající body funkce  $y = \frac{1}{x} \Rightarrow$  body jsou více vzdáleny od osy  $x$  než u grafu funkce  $y = \frac{1}{x} \Rightarrow$  čím je hodnota koeficientu  $k$  větší, tím víc se graf funkce „oddaluje“ od souřadných os.
- $y = \frac{0,5}{x}$ : všechny hodnoty mají menší absolutní hodnotu než odpovídající body funkce  $y = \frac{1}{x} \Rightarrow$  body jsou blíže k ose  $x$  než u grafu funkce  $y = \frac{1}{x} \Rightarrow$  čím je hodnota koeficientu  $k$  menší, tím víc se graf funkce „přimačkává“ k souřadným osám.
- $y = -\frac{1}{x}$ : všechny hodnoty jsou opačná čísla k odpovídajícím hodnotám funkce  $y = \frac{1}{x} \Rightarrow$  záporná hodnota koeficientu převrací graf okolo osy  $x$ .



Hodnota koeficientu nepřímé úměrnosti  $k$  ovlivňuje míru, se kterou se graf přibližuje k souřadným osám (v případě záporných hodnot ještě převrací graf podle osy  $x$ ).

**Pedagogická poznámka:** Někteří žáci sice poznají, že se u funkce  $y = \frac{4}{x}$  vypočítané hodnoty posunou výše, ale nezjistí, že pro velké hodnoty  $x$  se graf pořád blíží k nule. Hodně žáků sice nakreslí grafy správně, ale nedokáže popsat, jak se grafy s různým koeficientem mění (nejčastěji místo přibližování a oddalování od osy, mluví o posouvání nahoru nebo dolů).

**Př. 2:** Které z následujících bodů leží na grafu nepřímé úměrnosti  $y = \frac{2}{5x}$ ?

- a)  $\left[2; \frac{1}{5}\right]$       b)  $\left[\frac{5}{8}; -4\right]$       c)  $\left[7; \frac{5}{14}\right]$       d)  $[2; 5]$

Jaká je hodnota koeficientu této nepřímé úměrnosti?

Ve všech případech stačí dosadit do předpisu funkce a zkontrolovat, zda získáme rovnost.

a)  $\left[2; \frac{1}{5}\right]: \frac{1}{5} = \frac{2}{5 \cdot 2} = \frac{1}{5} \Rightarrow$  bod  $\left[2; \frac{1}{5}\right]$  leží na grafu funkce  $y = \frac{2}{5x}$ .

b)  $\left[\frac{5}{8}; -4\right]: -4 \neq \frac{2}{5 \cdot \frac{5}{8}} = \frac{2}{\frac{25}{8}} = \frac{8}{25} \Rightarrow$  bod  $\left[\frac{5}{8}; -4\right]$  neleží na grafu funkce  $y = \frac{2}{5x}$  (bylo

jasné i bez počítání kvůli znaménkům).

c)  $\left[7; \frac{5}{14}\right]: \frac{5}{14} \neq \frac{2}{5 \cdot 7} = \frac{2}{35} \Rightarrow$  bod  $\left[7; \frac{5}{14}\right]$  neleží na grafu funkce  $y = \frac{2}{5x}$ .

d)  $[2; 5]: 5 \neq \frac{2}{5 \cdot 2} = \frac{1}{5} \Rightarrow$  bod  $[2; 5]$  neleží na grafu funkce  $y = \frac{2}{5x}$ .

**Př. 3:** Urči koeficient nepřímé úměrnosti, která prochází bodem  $[4; 3]$ .

Stačí dosadit do předpisu funkce a dopočítat hodnotu  $k$ .

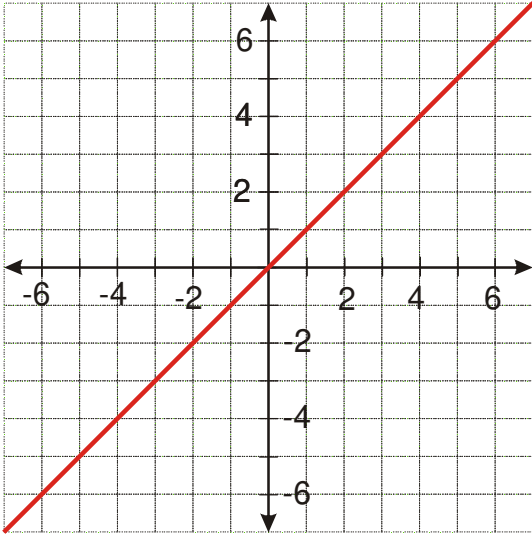
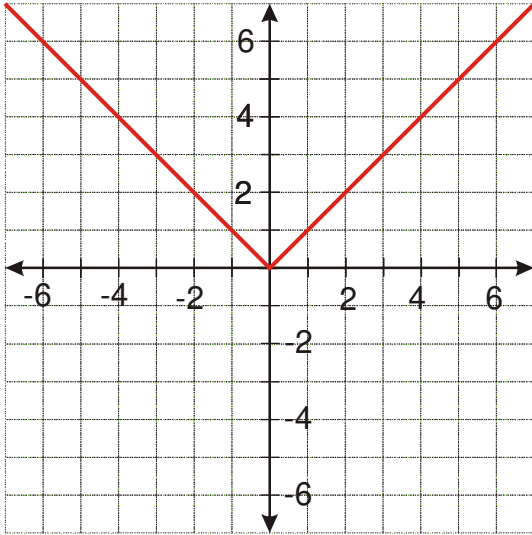
$$[4; 3]: 3 = \frac{k}{4} \quad | \cdot 4$$

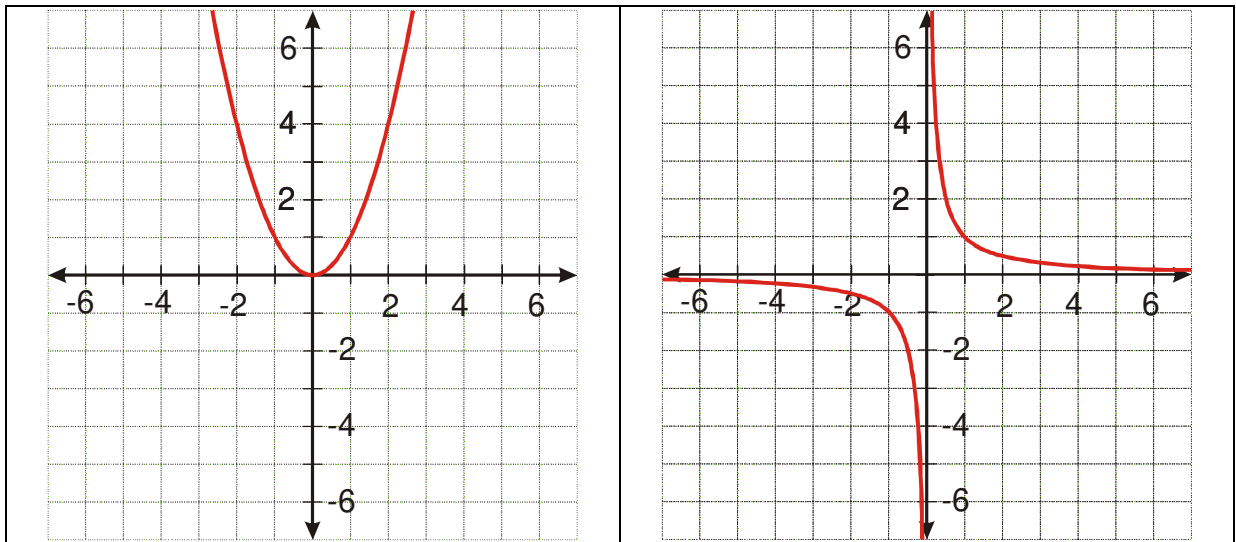
$$k = 12$$

Hledanou funkcí je nepřímá úměrnost  $y = \frac{12}{x}$ .

**Př. 4:** Sestav přehled všech druhů funkcí, které jsme probírali. Ke každé funkci nakresli graf nejjednodušší varianty.

Probírali jsme celkem čtyři druhy funkcí.

Lineární funkce	Funkce s absolutní hodnotou
$y = ax + b$	$y = a x  + b$
Přímá úměrnost: $y = x$	Absolutní hodnota: $y =  x $
	
Kvadratická funkce	Lineární lomená funkce
$y = ax^2 + bx + c$	$y = \frac{ax + b}{cx + d}$
Druhá mocnina: $y = x^2$	Nepřímá úměrnost: $y = \frac{1}{x}$



**Shrnutí:** Grafem nepřímé úměrnosti je hyperbola.