

4.5.3 Typická hodnota

Předpoklady:

Pedagogická poznámka: Od příkladu 6 pracují žáci s internetem (buď ve vlastních mobilech, nebo na školních tabletech).

Pedagogická poznámka: Postup pro výpočet aritmetického průměru žáci samozřejmě znají, proto klasicky počítají pouze dva příklady (druhý hlavně kvůli pozdějšímu použití)

Lidé si neustále chtějí zjednodušovat práci \Rightarrow snaha najít jedno číslo, které charakterizuje hodnoty znaku. Neznámějším číslem, které vyjadřuje typickou hodnotu, je **aritmetický průměr**.

Př. 1: Urči průměrnou známku z chemie uvedenou ve statistickém výzkumu. Urči průměrný počet sourozenců.

Aritmetický průměr: sečteme všechny známky a výsledek vydělíme počtem známek:

$$\text{Známka z chemie: } \frac{2+4+5+3+3+2+1+2+2+4+4+2}{12} = \frac{34}{12} = 2,83.$$

$$\text{Počet sourozenců: } \frac{1+2+2+2+0+2+1+2+1+1+2+3}{12} = \frac{19}{12} = 1,58.$$

Př. 2: V tabulce jsou uvedeny četnosti známek z chemie v jiné třídě. Urči průměrnou známku z chemie v této třídě. Hledej co nejúspornější postup.

známka	1	2	3	4	5
četnost	5	11	9	4	1

Hodnotu každé známky musíme vynásobit její četností, celkový součet dělíme součtem všech četností.

$$\frac{5 \cdot 1 + 11 \cdot 2 + 9 \cdot 3 + 4 \cdot 4 + 1 \cdot 5}{5 + 11 + 9 + 4 + 1} = 2,5$$

Pedagogická poznámka: Většina žáků spočte průměr správně, pouze někteří zbytečně rozepisují součet na jednotlivé známky. V takovém případě trvám na tom, aby se pokusili najít úspornější způsob, který využije četnosti připravené v tabulce.

Př. 3: Jana si brigádou vydělala 1840 Kč, Káťa si vydělala více o 430 Kč, Verča více o 320 Kč. Jaký byl jejich průměrný výdělek? Hledej co nejjednodušší způsob výpočtu.

Můžeme si počítat výdělek každé z holek a spočítat průměr normálně.

Jana: 1840

Káťa: 2270

Verča: 2160

$$\text{Průměrný výdělek: } \frac{1840 + 2270 + 2160}{3} = 2090.$$

Jednodušší výpočet: všechny tři dívky vydělaly 1840 Kč \Rightarrow spočteme průměr pouze z toho, co vydělaly Káťa s Verčou navíc a připočteme jej k základní částce 1840 Kč.

$$\frac{430 + 320}{3} = \frac{750}{3} = 250$$

Průměrný výdělek: $1840 + 250 = 2090$.

Dívky si průměrně vydělaly 2090 Kč.

Př. 4: Martin zaměstnává ve své autoopravně 2 mechaniky s platem 31 000 Kč. Jaký je jeho měsíční plat, jestliže průměrný plat v autoopravně je 37 000 Kč? Jak si bude muset snížit svůj plat, jestliže průměrný plat musí zachovat kvůli nutným investicím do vybavení dílny a mechanikům slíbil zvýšit plat na 32 500 Kč?

Průměrný plat 37 000 \Rightarrow celkem na mzdy: $3 \cdot 37\,000 = 111\,000$ Kč

Mzda pro majitele: $111\,000 - 2 \cdot 31\,000 = 49\,000$ Kč.

Nová mzda pro majitele: $111\,000 - 2 \cdot 32\,500 = 46\,000$ Kč.

Pedagogická poznámka: Příklad je samozřejmě možné řešit také pomocí rovnic: například

$$\frac{2 \cdot 31\,000 + x}{3} = 37\,000.$$

Př. 5: Spočti průměrné měsíční kapesné. Je získaná hodnota typickou hodnotou, která dobře charakterizuje typické měsíční kapesné? Proč?

Abychom si ušetřili zadávání do kalkulačky, spočteme průměr z hodnot zmenšených stokrát a výsledek zpět vynásobíme stem.

$$\frac{7 + 5 + 2 + 2 + 0 + 1,5 + 3 + 7 + 2 + 0 + 0 + 15}{12} = \frac{44,5}{12} = 3,71$$

Průměrné měsíční kapesné je 371 Kč.

Hodnota příliš dobře kapesné necharakterizuje, protože 8 účastníků má kapesné menší, jen čtyři větší.

Důvodem je poměrně vysoká hodnota 1500 Kč mezi kapesným, která dotáhne na průměr 371 Kč i několik účastníků s nulovým kapesným.

Př. 6: Najdi na internetu jiné způsoby jak určit typickou hodnotu znaku. Urči tyto hodnoty pro měsíční kapesné. Charakterizují ho lépe?

Kromě průměru se jako charakteristika typické hodnoty používá:

Modus (nejčastější hodnota): je hodnota, která se v souboru vyskytuje nejčastěji.

Hodnoty kapesného v našem souboru: 700, 500, 200, 200, 0, 150, 300, 700, 200, 0, 0, 1500

\Rightarrow nejčastěji se vyskytují hodnoty 0 a 200.

Medián (prostřední hodnota): je hodnota, která se vyskytuje v souboru, uspořádaném podle velikosti uprostřed (pokud má soubor sudý počet hodnot, jde o průměr dvou prostředních hodnot).

Hodnoty kapesného seřazené od nejmenší: 0, 0, 0, 150, 200, 200, 200, 300, 500, 700, 700, 1500 \Rightarrow sudý počet (12) hodnot \Rightarrow mediánem je průměr šesté a sedmé hodnoty, obě se rovnají 200 \Rightarrow mediánem měsíčního kapesného je 200.

Obě hodnoty charakterizují typickou hodnotu kapesného lépe než průměr 371 Kč.

Pedagogická poznámka: Funkce MODE v programu Excel uvádí v každém případě jedinou hodnotu modu pro zkoumaný soubor a to tu nejmenší. Zajímavé je, že v našem souboru tato funkce určila jako Mode hodnotu 200. Zatím se mi nepodařilo najít důvod.

Př. 7: Počet statistických jednotek (rozsah souboru) bývá značen jako n , libovolnou hodnotu určitého znaku pak označujeme jako x_i (první hodnota je x_1 , druhá x_2 ...), průměrná hodnota se značí \bar{x} . Napiš pomocí uvedeného značení vzorec pro výpočet aritmetického průměru.

Součet všech hodnot: $x_1 + x_2 + \dots + x_n$.

Aritmetický průměr: $\bar{x} = \frac{x_1 + x_2 + \dots + x_n}{n}$.

Př. 8: V tabulkách i na internetu se pro zapsání vzorce pro aritmetický průměr (i mnoho jiných vzorců) používá písmeno Σ . Jaký je jeho význam?

Typický zápis aritmetického průměru (wikipedia): $\bar{x} = \frac{1}{n}(x_1 + x_2 + \dots + x_n) = \frac{1}{n} \sum_1^n x_i$

Vypíšeme si pouze ty části obou stran rovnice, které nás zajímají: $x_1 + x_2 + \dots + x_n = \sum_1^n x_i \Rightarrow$

znak Σ znamená, že máme sčítat všechny hodnoty x (hodnoty, které získáme, když postupně dosazujeme za x_i , tedy x_1, x_2, \dots až x_n).

Př. 9: Najdi na internetu průměrný počet dětí v české rodině. Srovnej s výsledky příkladu 1. Vysvětli.

Na jednu rodinu s dětmi připadá průměrně 1,6 závislého dítěte (rok 2013)
(https://www.czso.cz/csu/czso/jake_je_slozeni_domacnosti_v_cr20130307).

Průměrný počet sourozenců v našem výzkumu: 1,58 \Rightarrow problém: ve všech zkoumaných rodinách je o jedno dítě více (účastníci výzkumu hlásili pouze sourozence, ne sebe) \Rightarrow průměrný počet dětí v rodinách účastníků výzkumu je 2,58.

Možné důvody:

- náhoda (12 účastníků je málo na to, abychom mohli očekávat, že výsledky budou odpovídat celorepublikovým průměrům),
- zkreslení průměru sebehlášením.

Data v tabulce jsme nezískali procházením rodin, ale vyplňováním dotazníku dětmi \Rightarrow u rodin se třemi dětmi je větší pravděpodobnost, že se v našem přehledu objeví (může je nahlásit každé ze tří dětí).

Myšlenkový pokus: Necháme nahlásit všechny děti počet dětí v jejich rodině \Rightarrow :

- rodina s jedním dítětem bude nahlášena jednou (jedním dítětem),

- rodina s dvěma dětmi bude nahlášena dvakrát (oběma dětmi),
- rodina se třemi dětmi bude nahlášena třikrát (třemi dětmi),
- ...

Váha rodin s více dětmi je v našem výzkumu větší než ve skutečnosti.

Dodatek: Pokud by se podařilo najít údaje o počtu rodin s různým počtem dětí, bylo by možné přepočítat průměr tak, aby odpovídal rozboru v předchozím příkladu a tak zjistit, zda je uvedený efekt schopen vysvětlit vyšší průměrný počet dětí v nahlášených rodinách, nebo zda jde také o náhodu.

Shrnutí: Jako vyjádření typické hodnoty můžeme používat průměr, medián nebo modus.