

4.5.5 Trendy I

Předpoklady: 040503

Pedagogická poznámka: Pokud nechcete zbytečně ztrácet čas tím, že žáci přepisují tabulku do sešitu, je lepší je vytisknout a rozdat.

Pedagogická poznámka: Grafy pro příklady 7 a 8 rozdávám žákům na tuto hodinu vytištěné do lavic (na projektoru se hledá daleko hůře).

Pedagogická poznámka: První příklad je samozřejmě nesmysl, a čím více žáků to pozná, tím je to lepší. Přesto se snažím trvat na splnění úkolu a odmítače nenápadně přesvědčit, aby své výhrady sepsali na papír.

Př. 1: V tabulce je zachycen počet obyvatel Egypta od roku 1960. Urči průměrný počet obyvatel Egypta.

rok	1960	1965	1970	1975	1980	1985	1990	1995	2000	2005	2010
počet obyvatel	27,1	30,9	34,8	38,6	43,4	49,4	56,4	62,4	68,3	74,9	82,0

$$\frac{27,1 + 30,9 + 34,8 + 38,6 + 43,4 + 49,4 + 56,4 + 62,4 + 68,3 + 74,9 + 82}{11} = 51,65$$

Průměrný počet obyvatel Egypta v letech 1960 – 2010 je 51,7 miliónů.

Př. 2: Jaká je základní vlastnost údajů v předchozí tabulce? Odpovídal by průměrný počet obyvatel spočtený z údajů do roku 1990, výsledku předchozího příkladu? Bude průměrný počet obyvatel spočtený za 10 let odpovídat výsledkům předchozího příkladu? Jak charakterizuje hodnota spočtená v předchozím příkladu počet obyvatel Egypta?

Hodnoty se neustále zvětšují.

Průměr spočtený z hodnot do roku 1990 by byl určitě menší než hodnota spočtená v předchozím příkladu (v průměru budou chybět největší čísla).

Průměrný počet obyvatel spočtený za 10 let bude s velmi velkou pravděpodobností vyšší než hodnota spočtená v předchozím příkladu (do průměru budeme započítávat ještě dvě další zřejmě vyšší hodnoty než 82 mil..

Hodnota spočtená v předchozím příkladu příliš dobře necharakterizuje počet obyvatel Egypta, protože toto číslo se pořád mění stejným způsobem (roste) a tedy jasné, že v dohledné budoucnosti bude čím dál větší.

Charakterizovat data pomocí průměru dává smysl, pokud existuje charakteristická hodnota znaku, okolo které se nacházejí na obou stranách stejně významné odchylky (navzájem se při výpočtu průměru odečtou). Pokud se hodnoty mění dlouhodobě podobným způsobem (například neustále rostou), nedává použití průměru smysl.

Př. 3: Navrhni číslo, pomocí kterého bychom mohli popisovat růst zachycený v předchozí tabulce.

Růst bychom mohli popisovat pomocí přírůstku – rozdílu mezi počtem obyvatel na začátku a konci každé pětiletky. Například pro období mezi roky 1960 a 1965 by přírůstek byl $30,9 - 27,1 = 3,8$ mil. obyvatel.

Přírůstek udává rozdíl mezi hodnotou znaku na konci a začátku období.

Př. 4: Doplně do tabulky hodnoty přírůstků (přírůstek piš do tabulky vždy pod konečný rok pětiletky, které odpovídá). Vypočti průměrný přírůstek za uvedené období.

rok	1960	1965	1970	1975	1980	1985	1990	1995	2000	2005	2010
počet obyvatel	27,1	30,9	34,8	38,6	43,4	49,4	56,4	62,4	68,3	74,9	82,0
přírůstek		3,8	3,9	3,8	4,8	6	7	6	5,9	6,6	7,1

Průměrný přírůstek: $\frac{3,8 + 3,9 + 2,7 + 4,8 + 6 + 7 + 6 + 5,9 + 6,6 + 7,1}{10} = 5,49$

Př. 5: Hledej způsob, jak vypočítat průměrný přírůstek rychleji než pomocí průměru z hodnot v tabulce. V které pětiletce rostl počet obyvatel Egypta nejrychleji?

Takto jsme počítali přírůstky:

- $x_{1965} - x_{1960}$,
- $x_{1970} - x_{1965}$,
- $x_{1975} - x_{1970}$,
- ...
- $x_{2010} - x_{2005}$.

Z takto získaných hodnot jsme počítali průměr:

$$\frac{(x_{1965} - x_{1960}) + (x_{1970} - x_{1965}) + \dots + (x_{2010} - x_{2005})}{10}$$

Po odstranění závorek: $\frac{x_{1965} - x_{1960} + x_{1970} - x_{1965} + \dots + x_{2010} - x_{2005}}{10}$ se téměř všechny členy

odečtou a zbude nám pouze první a poslední hodnota počtu obyvatel: $\frac{x_{2010} - x_{1960}}{10} \Rightarrow$

průměrný přírůstek můžeme určit tak, že odečteme od poslední hodnoty první hodnotu a rozdíl vydělíme počtem období.

Na první pohled se zdá, že počet obyvatel rostl nejrychleji mezi lety 2010 a 2005 (zvýšil se o 7,1 mil.), ale v tomto období rostl počet obyvatel z daleko většího čísla (74,6 mil.) než mezi lety 1985 a 1990 (z 56,4 mil.), kdy se zvýšil o 7 mil.

\Rightarrow Přírůstek nevyjadřuje příliš dobře rychlost růstu, protože v něm není zohledněna velikost počátečního stavu \Rightarrow hodilo by se další číslo, které vyjadřuje poměr mezi počátečním a konečným stavem (kolikrát nebo o kolik procent se hodnota zvýšila).

Pedagogická poznámka: Část žáků důvod pro rychlejší výpočet ihned „vidí“ ostatním vyjádření ukázu, ale moc času s ním neztrácíme.

Podíl konečné a početní hodnoty v časovém období se nazývá tempo růstu.

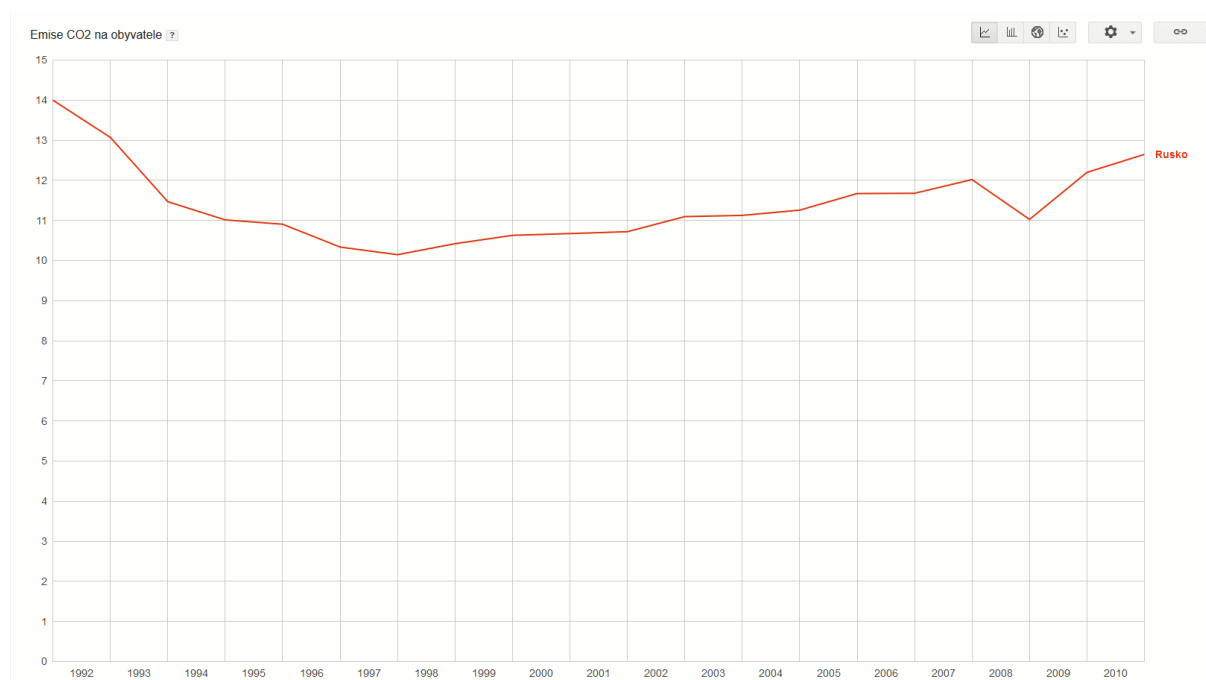
Př. 6: Doplně do tabulky hodnoty tempa růstu (hodnotu piš do tabulky vždy pod konečný rok pětiletky, které odpovídá). V které pětiletce rostl počet obyvatel nejrychleji? O kolik procent vzrostl počet obyvatel Egypta mezi lety 1995 a 2000?

rok	1960	1965	1970	1975	1980	1985	1990	1995	2000	2005	2010
počet obyvatel	27,1	30,9	34,8	38,6	43,4	49,4	56,4	62,4	68,3	74,9	82,0
přírůstek		3,8	3,9	3,8	4,8	6	7	6	5,9	6,6	7,1
tempo růstu		1,140	1,126	1,109	1,124	1,138	1,141	1,106	1,097	1,095	1,095

Nejrychlejším tempem rostl počet obyvatel Egypta mezi lety 1985 a 1990, kdy vzrostl 1,141 krát (zvýšil se o 14,1 %).

Mezi lety 2005 a 2010 se počet obyvatel zvýšil 1,095 krát, vzrostl tedy o 9,5 % (což je mimochodem nejnižší hodnota tempa růstu v celé tabulce).

Př. 7: Prostuduj graf, který udává změny emisí CO₂ na obyvatel v Rusku v letech 1991 až 2010. Popiš slovně, jak se emise měnily v čase. Jaké nejvyšší a nejnižší úrovně emise dosáhly? V kterých letech k tomu došlo? V kterém roce emise nejvíce vybočily z dlouhodobého trendu? Kdy klesalo množství emisí nejrychleji? Jak se to projevuje v grafu? Odhadni z grafu, kolikrát byla nejvyšší hodnota vyšší než nejnižší hodnota. Spočti, kolik procent z nejvyšší hodnoty činily emise v roce 2010. Zjisti na internetu, jak změny v grafu souvisí se situací v Rusku i mezinárodní situací.



(graf www.google.com)

Do roku 1997 emise klesaly z nejvyšší hodnoty 14 t na nejnižší hodnotu 10,1 t v roce 1997. Od roku 1997 emise pomalu rostou s výjimkou roku 2008, kdy oproti předchozímu roku poklesly.

Množství emisí klesalo nejrychleji v roce 1993 (13 t na 11,5 t). Graf byl v tomto roce nejstrmější.

Nejvyšší hodnota byla přibližně 1,4 krát větší než nejnižší hodnota.

Emise v roce 2010: 12,6 t

14 ... 100 %

12,6 ... x

$$\frac{x}{100} = \frac{12,6}{14} \quad / \cdot 100$$

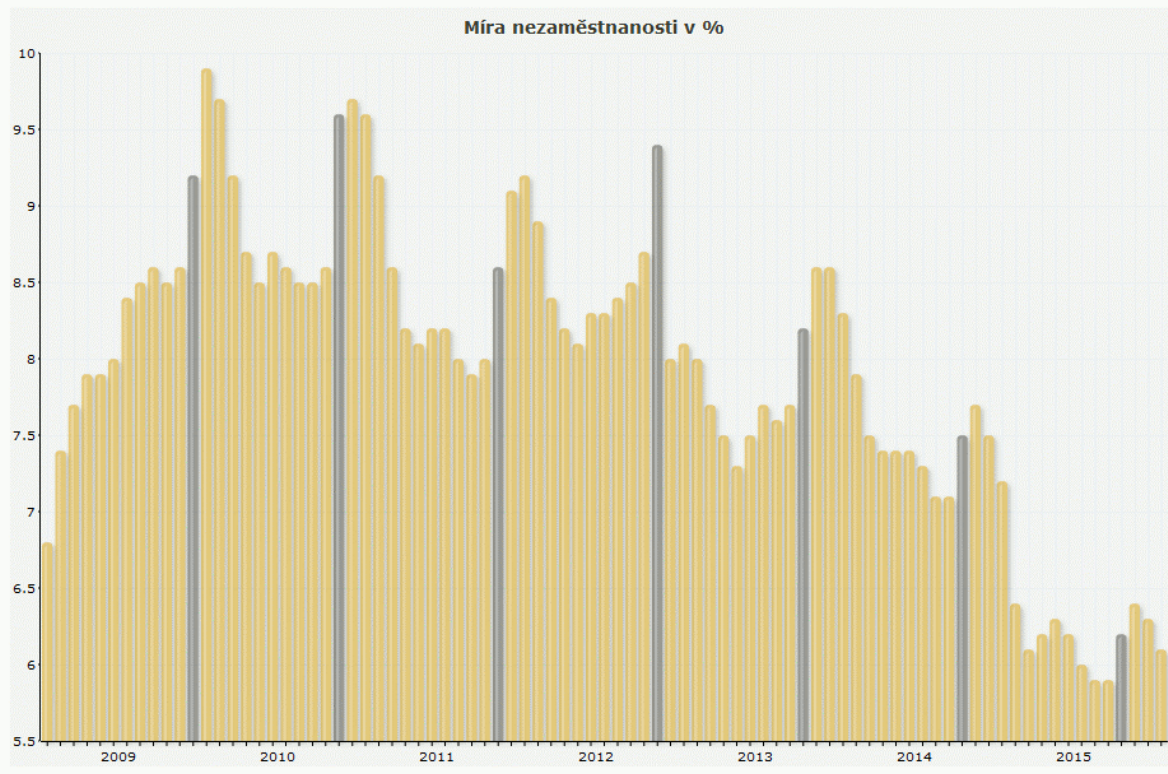
$$x = \frac{12,6}{14} \cdot 100 = 90$$

Emise v roce 2010 činily 90 % emisí v roce 1997.

Pokles emisí do roku 1997 je zřejmě způsoben jak rozpadem Sovětského svazu a socialistických podniků, které nedokázaly obstát v tržním hospodářství, tak celkovým poklesem životní úrovně. Od roku 1998 se situace v Rusku postupně zlepšovala s rostoucí cenou ropy. Výjimka v roce 2008 byla způsobena zřejmě světovou hospodářskou krizí.

Př. 8: Prostuduj graf, který zachycuje změny nezaměstnanosti v ČR v letech 2009 až 2016 (šedý sloupec znázorňuje poslední měsíc v roce). Vývoj nezaměstnanosti podléhá dlouhodobým i krátkodobým trendům. Popiš je slovně a zkus vysvětlit. V kterém roce se krátkodobý trend neprojevil? Kolikrát větší byla nezaměstnanost ve chvíli, kdy dosáhla nejvyšší úrovně v porovnání s okamžikem, kdy byla nejnižší? Který měsíc v roce bývá nezaměstnanost nejvyšší? Kdy nejnižší? Zjisti na internetu, čím jsou trendy v grafu ovlivněny.

Nezaměstnanost v ČR, vývoj, rok 2016



(graf www.kurzy.cz)

Dlouhodobý trend: v roce 2009 nezaměstnanost vzrostla, od té doby nezaměstnanost klesá. Krátkodobý trend: odpovídá jednomu roku, na počátku roku nezaměstnanost roste, na konci jara a v letních měsících klesá, ke konci roku se opět zvyšuje. Změny v průběhu roku jsou zřejmě způsobeny sezónními pracemi (práce v zemědělství, lesnictví, stavebnictví, které se v zimě nevykonávají) a obvyklým propouštěním před koncem roku (kvůli účetním uzávěrkám).

Krátkodobý trend se neprojevil v roce 2009 (nezaměstnanost rostla celý rok) a z větší části v roce 2015 (téměř celý rok klesala).

Největší nezaměstnanost (téměř 10 %) byla přibližně 1,9 krát větší než nejnižší nezaměstnanost (necelých 6 %). Graf svádí tím, že nezačíná od 0, ale od 5,5 %.

Největší nezaměstnanost v lednu, únoru a prosinci.

Nejmenší nezaměstnanost červen, červenec, srpen, září.

Nárůst nezaměstnanosti v roce 2009 byl způsoben celosvětovou hospodářskou krizí v roce 2008. S postupným zlepšováním hospodářské situace se nezaměstnanost snižovala.

Shrnutí: Průměr nepoužíváme, když data sledují trend a nejsou náhodně rozprostřena okolo typické hodnoty.

