



Pravděpodobnost, že padne výsledek, kterému vyhovuje více možností, získáme tak, že sečteme pravděpodobnosti těchto možností (pokud jsou stejně pravděpodobné, tak vynásobení pravděpodobnosti počtem možností).

Př. 4: V roce 2007 se v České republice narodilo 114 632 dětí z toho 58475 chlapců, z toho v jihozápadních Čechách 13052 dětí z toho chlapců 6562. Urči pravděpodobnost narození chlapce v ČR. Urči pravděpodobnost narození chlapce v jihozápadních Čechách. Jaké jsou pravděpodobnosti narození dívek?

Relativní četnost narození chlapce v ČR: $\frac{58475}{114632} = 0,510$.

Relativní četnost narození chlapce v jihozápadních Čechách: $\frac{6562}{13052} = 0,503$.

Pravděpodobnost narození chlapce v ČR bude ležet blízko hodnoty 0,510 (hodnota 0,503 je spočtena z menšího počtu porodů a jen v části republiky).

Př. 5: Urči pravděpodobnost, že se rodině v jihozápadních Čechách narodí:
 a) dva chlapci, b) dvě dívky, c) nejdřív chlapec, pak dívka
 d) chlapec a dívka v libovolném pořadí.

a) dva chlapci
 $0,503 \cdot 0,503 = 0,253009$

b) dvě dívky
 $0,497 \cdot 0,497 = 0,247009$

c) nejdřív chlapec, pak dívka
 $0,503 \cdot 0,497 = 0,249991$

d) chlapec a dívka v libovolném pořadí
 Výsledek můžeme získat dvěma způsoby (první chlapec, druhá dívka nebo první dívka, druhý chlapec)
 $2 \cdot 0,503 \cdot 0,497 = 0,499982$

Možností, jak vytáhnout postupně tři různé barvy, je šest (mčz, mzč, čmz, čzm, zmč, zčm) \Rightarrow pravděpodobnost postupného vytažení všech tří barev: $6 \cdot \frac{3}{100} = \frac{9}{50}$.

Př. 7: Urči pravděpodobnost, že při tažení koulí v předchozím příkladu nebude ve dvou po sobě jdoucích tazích tažena modrá koule.

Možností, jak nevytáhnout dvakrát po sobě modrou kouli, je strašně mnoho \Rightarrow velmi složité počítání.

Trik: Souhrnná pravděpodobnost všech možností je 1, pravděpodobnost, že dvakrát po sobě vytáhneme modrou kouli je $\frac{25}{100} = \frac{1}{4} \Rightarrow$ pravděpodobnost, že dvakrát po sobě modrou kouli

nevytáhneme je $1 - \frac{1}{4} = \frac{3}{4}$.

Př. 8: V osudí je 6 modrých a 4 červené koule. Koule jsou náhodně taženy a po určení barvy se nevrací do osudí. Urči pravděpodobnost vytažení:

- a) modré koule v prvním tahu, b) modré koule v prvním a červené v druhém tahu,
c) červené koule v druhém tahu.

a) modré koule v prvním tahu

$$\frac{6}{10}$$

b) modré koule v prvním a červené v druhém tahu

Modrá koule v prvním tahu: $\frac{6}{10}$

Červená v druhém tahu, když v prvním byla tažena modrá: $\frac{4}{9}$ (v osudí zbývá už jen 9 koulí z toho čtyři červené).

Modré koule v prvním a červená v druhém tahu: $\frac{6}{10} \cdot \frac{4}{9} = \frac{4}{15}$

c) červené koule v druhém tahu

Dvě možnosti, jak můžeme táhnout červenou kouli v druhém tahu:

červená koule v prvním i v druhém tahu: $\frac{4}{10} \cdot \frac{3}{9} = \frac{2}{15}$

modrá koule v prvním a červená v druhém: $\frac{6}{10} \cdot \frac{4}{9} = \frac{4}{15}$

Červená koule v druhém tahu: $\frac{2}{15} + \frac{4}{15} = \frac{6}{15} = \frac{2}{5}$.

Př. 9: (Výzkumný BONUS) Jirka hází mincí dokud nepadnou dva líce po sobě. Anežka hází mincí dokud nepadne líc a hned po něm rub. Ačkoliv pravděpodobnost, že ve dvou hodech padnou dva líce je stejná, jako pravděpodobnost, že padne nejdříve líc a potom rub, Jirka potřebuje k tomu, aby hodil své dva líce po sobě průměrně 6 hodů,

zatímco Anežka pro svůj líc následovaný rubem pouze čtyři hody. Zkus tento zdánlivý rozpor vysvětlit.

Zkusíme provést několik pokusů, budeme házet, dokud nesplníme oba požadavky (jak pro Jirku, tak pro Anežku), zaznamenáme počty hodů pro oba cíle a budeme sledovat jejich průměr.

Záznamy jednotlivých pokusů:	Počet hodů Jirka	Počet hodů Anežka
110	2	3
000110	5	6
010011	6	3
00011111110	5	11
1011	4	2
000010100100100100011	21	6
001011	6	4
010011	6	3
0001011	7	5
000000110	8	9
000110	5	6
110	2	3
100011	6	2
110	2	3
00000000110	10	11
0110	3	4
001110	4	6
0011110	4	7
1110	2	4
110	2	3
Průměr	5,5	4,95

Počet provedených pokusů nebyl dostatečný k tomu abychom se hodně přiblížili k předpokládaným hodnotám, přesto je vidět, že Anežka potřebuje v průměru méně hodů než Jirka.

Čím se pokus liší od opakovaného házení dvou hodů (kde je pravděpodobnost obojího stejná)?

Tím, že házíme dokud nehodíme to, co potřebujeme \Rightarrow prozkoumáme se, jak končily naše pokusy:

- pravděpodobnost, že Anežka získá rub po líci, pokud Jirka právě hodil druhý líc: $\frac{1}{2}$
(stačí, když v následujícím hodu padne rub, líc právě padnul).
- pravděpodobnost, že Jirka získá dva líce, pokud Anežka právě hodila rub po líci: $\frac{1}{4}$
(musí padnout dva líce po sobě).

\Rightarrow Anežka bude potřebovat průměrně méně hodů aby padl líc a rub po sobě.

Shrnutí: