2.3.3 Pracujeme s vektory

Předpoklady: 020302

Pomůcky: rýsovací potřeby

Pedagogická poznámka: Na úvodem hodiny, by žáci neměli strávit příliš mnoho času. Nejpozději po 15 minutách je třeba začít s příkladem 4 (poutník).

Př. 1: V řece se konají plavecké závody. Start je uprostřed řeky z lávky, pak se plave 50 m po proudu, obepluje se bójka připevněná ke dnu a pak se plave zpátky k lávce. Filip je právě u bójky a raduje se, že už má polovinu trasy za sebou. Je to pravda?

Není to pravda. Od lávky k bójce plaval po proudu, rychlost, kterou se pohyboval byla součtem rychlosti řeky a jeho rychlosti. Od bójky k lávce bude plavat proti proudu $\Rightarrow$ rychlost, kterou se bude blížit k lávce, se bude rovnat rozdílu jeho rychlosti a rychlosti řeky $\Rightarrow$ cesta od bójky k lávce bude trvat delší dobu (a Filip bude muset uplavat kromě vzdálenosti k bójce i vzdálenost, o kterou ho snese voda).
Kdyby rychlost, kterou plave Filip byla menší než rychlost vody, Filip by dokonce k lávce nikdy nedoplaval.

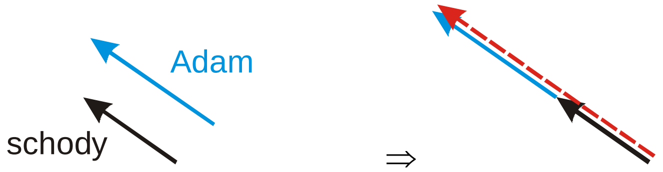
Př. 2: Schody v metru jsou dlouhé 30 m a jedou nahoru rychlostí 1,5 m/s.
a) Jak dlouho vezou schody nahoru stojící Majdu?
b) Jak dlouho bude cesta nahoru trvat Adamovi, který po jedoucích schodech běží rychlosti 2 m/s směrem vzhůru?
c) Honza se předvádí a zkouší schody seběhnout v protisměru směrem dolů. Jak dlouho mu to bude trvat, pokud poběží rychlostí 2,5 m/s?
Znázorni pomocí šipek veškeré rychlost v každém z bodů.

a) Jak dlouho vezou schody nahoru stojící Majdu?

$s = vt \quad / : v$

$t = \frac{s}{v} = \frac{30}{1,5}\,\text{s} = 20\,\text{s}$

Schody vezou Majdu nahoru 20 s.
b) Jak dlouho bude cesta nahoru trvat Adamovi, který po jedoucích schodech běží rychlosti 2 m/s směrem vzhůru?

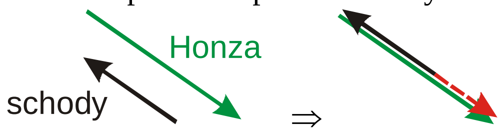


Adam se pohybuje vzhledem k tunelu rychlostí $1,5 + 2\,\text{m/s} = 3,5\,\text{m/s}$.

$t = \frac{s}{v} = \frac{30}{3,5}\,\text{s} = 8,6\,\text{s}$

Adam se dostane nahoru za 8,6 s.

c) Honza se předvádí a zkouší schody seběhnout v protisměru směrem dolů. Jak dlouho mu to bude trvat, pokud poběží rychlostí 2,5 m/s?
Znázorni pomocí šipek veškeré rychlost v každém z bodů.



Honza se pohybuje vzhledem k tunelu rychlostí $2,5-1,5\,\text{m/s}=1\,\text{m/s}$.

$$t=\frac{s}{v}=\frac{30}{1}\,\text{s}=30\,\text{s}$$

Honza seběhne schody za 30 s.

Př. 3: Dušan jede na kole rychlostí 15 km/h. Do zad mu fouká vítr rychlostí 8 m/s. Kam vlaje jeho šála?

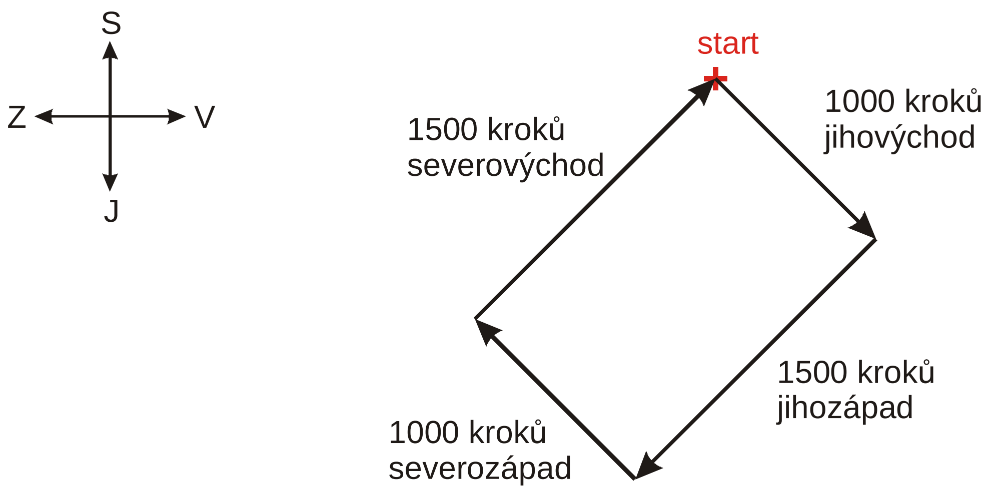
Musíme převést rychlosti na stejnou jednotku: $8\text{ m/s}=8\cdot 3,6\text{ km/h}=28,8\text{ km/h}$.
Rychlost větru je větší než rychlost Dušana $\Rightarrow$ šála vlaje směrem dopředu.

Z předchozích příkladů je vidět, že při sčítání vektorů musíme dát dobrý pozor na jejich směr – prosté sčítání funguje, když jsou směry stejné, odečítání, když jsou směry opačné. Ještě komplikovanější je situace, pokud vektory svírají jiný úhel.

Př. 4: Poutník na poušti šel 1000 kroků na jihovýchod, pak 1500 kroků na jihozápad, pak 1000 kroků na severozápad a pak 1500 kroků na severovýchod, když konečně spatřil v písku lidské stopy. Komu patřily?

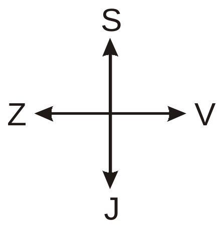
Stopy patřily poutníkovi, protože se vrátil na místo, odkud vyšel.

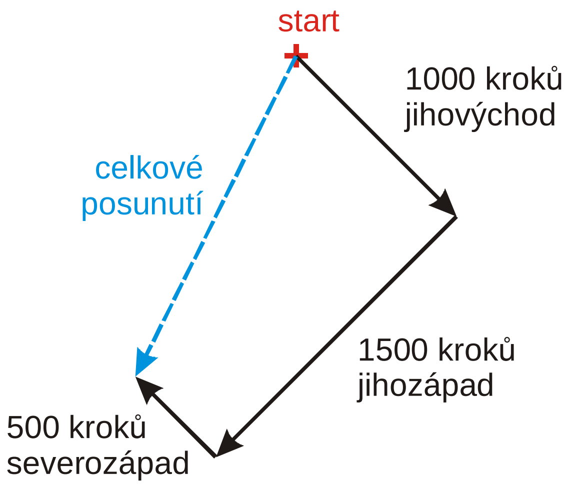
Př. 5: Zakresli po jednotlivých etapách bloudění poutníka z předchozího příkladu. Co znamenají čáry na obrázku?



Každá šipka (čára) představuje posunutí poutníka na jiné místo. Seskládáním šipek získáme představu o tom, odkud a kam šel.

Př. 6: Nakresli, jak by poutníkovo putování vypadalo, kdyby v půlce předposledního úseku zkolaboval a umřel. Vyznač do obrázku celkové posunutí z místa, odkud vyšel, do místa, kde zemřel. Sestav návod na sčítání šipek (vektorů).





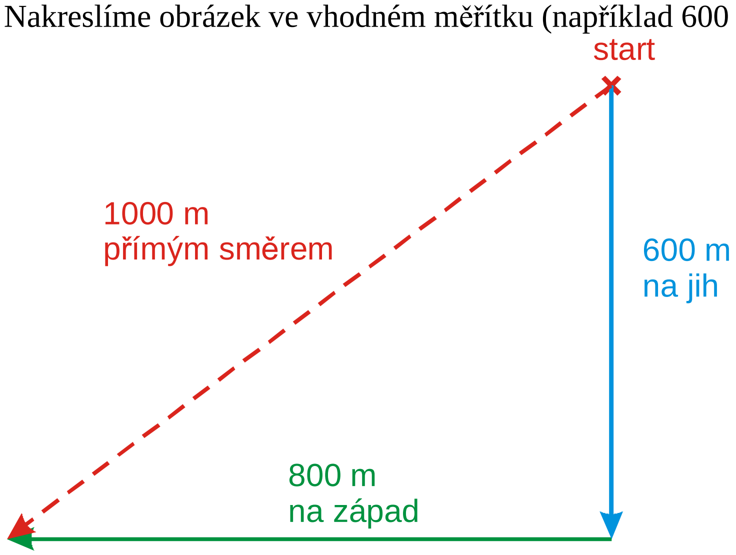
Vektory sčítáme tak, že jednotlivé šipky poskládáme za sebe. Jejich součet pak představuje šipka, která začíná u začátku prvního vektoru a končí u konce posledního vektoru.

Pedagogická poznámka: Jedním z problémů slabších žáků při práci se silami bývá skutečnost, že nerozlišují původní síly a výslednici. Výslednici si pletou s původními silami dohromady a sčítáním jim přibude v obrázku další síla. Proto se snažím výslednici odlišovat tím, že ji kreslím čárkovaně.

Šipky (vektory) sčítáme tak, že jednotlivé šipky poskládáme za sebe. Jejich součet pak představuje šipka, která začíná u začátku první šipky a končí u konce poslední šipky.

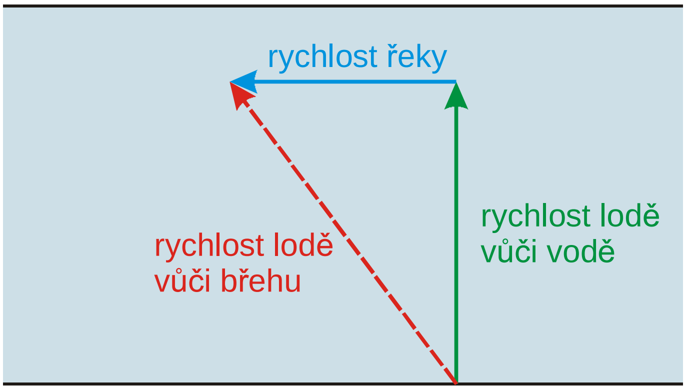
Př. 7: Jirka schovává poklad na táborovou hru. Nejdřív šel 600 m na jih, pak 800 m na západ. Jak daleko od výchozího místa poklad zakopal? Jakým směrem by se k němu mohl vydat přímou cestou? Narýsuj si obrázek.

Nakreslíme obrázek ve vhodném měřítku (například 600 m … 6 cm).



Měřením jsme zjistili, že poklad je zakopán 1000 m od výchozího bodu. Přímým směrem k němu musíme jít buď $53°$ od jižního směru, nebo $37°$ od západního.

Př. 8: Voda v řece teče rychlostí 3 km/h (rovnoběžně s břehem), loď v řece jede kolmo na břeh rychlostí 4 km/h vzhledem k proudu vody. Narýsuj obrázek z ptačího pohledu. Jaká je výsledná rychlost loďky vzhledem ke břehu řeky? Jaký je její výsledný směr pohybu?

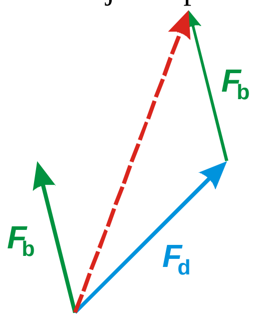


Rychlost lodě vůči břehu je 5 km/h (šipka této rychlosti má délku 5 cm), směr lodi svírá s břehem úhel $53°$.

Př. 9: Dědeček a babička tahají řepu, dědeček silou 450 N, babička silou 300 N. Jak musí tahat, aby dohromady tahali silou 750 N? Jak musí tahat, aby tahali dohromady silou 150 N? Mohou tahat tak, aby jejich výsledná síla byla menší než 750 N a větší než 150 N (například 500 N)?

- Pokud mají dohromady tahat silou 750 N musí tahat stejným směrem: $450 + 300\ \text{N} = 750\ \text{N}$.
- Pokud mají dohromady tahat silou 150 N musí tahat opačnými směry: $450 - 300\ \text{N} = 150\ \text{N}$.

Mohou tahat tak, aby táhli výslednou silou například 500 N, pokud budou tahat do směrů, které nejsou úplně shodné, ale ani opačné.



Žáci přinesou příště: rýsovací potřeby

Shrnutí: Šipky (vektory) sčítáme tak, že jednotlivé šipky poskládáme za sebe. Jejich součet pak představuje šipka, která začíná u začátku první šipky a končí u konce poslední šipky.