

3.1.8 Hydrostatický tlak I

Předpoklady: 030107

Pomůcky:

Pedagogická poznámka: První příklad je kontrola výsledků z minulé hodiny. Počítám ho celý na tabuli, druhou půlku nechávám volnou na obecné odvození.

Př. 1: V odměrném válci je nalita voda do výšky 30 cm. Urči tlak vody na dno válce, jestliže má válec průměr:
a) 2 cm b) 5 cm c) 12 cm d) 40 cm e) 3m f) 10 m
Příklad řeš v levé polovině sešitu. Druhous nech volnou.

a) $d = 2 \text{ cm} \Rightarrow r = 1 \text{ cm} = 0,01 \text{ m}$
 $S = \pi r^2 = \pi \cdot 0,01^2 \text{ m}^2 = 0,000314 \text{ m}^2$
 $V = S \cdot h = 0,000314 \cdot 0,3 \text{ m}^3 = 0,000094 \text{ m}^3$
 $m = \rho \cdot V = 1000 \cdot 0,000094 \text{ kg} = 0,0094 \text{ kg}$
 $F_g = m \cdot g = 0,0094 \cdot 10 \text{ N} = 0,094 \text{ N}$
 $p = \frac{F}{S} = \frac{0,94}{0,000314} \text{ Pa} = 2994 \text{ Pa} \doteq 3000 \text{ Pa}$

b) $d = 5 \text{ cm} \Rightarrow r = 2,5 \text{ cm} = 0,025 \text{ m}$
 $S = \pi r^2 = \pi \cdot 0,025^2 \text{ m}^2 = 0,00196 \text{ m}^2$
 $V = S \cdot h = 0,00196 \cdot 0,3 \text{ m}^3 = 0,000589 \text{ m}^3$
 $m = \rho \cdot V = 1000 \cdot 0,000589 \text{ kg} = 0,589 \text{ kg}$
 $F_g = m \cdot g = 0,589 \cdot 10 \text{ N} = 5,89 \text{ N}$
 $p = \frac{F}{S} = \frac{5,89}{0,00196} \text{ Pa} = 3005 \text{ Pa} \doteq 3000 \text{ Pa}$

c) $d = 12 \text{ cm} \Rightarrow r = 6 \text{ cm} = 0,06 \text{ m}$
 $S = \pi r^2 = \pi \cdot 0,06^2 \text{ m}^2 = 0,0113 \text{ m}^2$
 $V = S \cdot h = 0,0113 \cdot 0,3 \text{ m}^3 = 0,00339 \text{ m}^3$
 $m = \rho \cdot V = 1000 \cdot 0,00339 \text{ kg} = 3,39 \text{ kg}$
 $F_g = m \cdot g = 3,39 \cdot 10 \text{ N} = 33,9 \text{ N}$
 $p = \frac{F}{S} = \frac{33,9}{0,0113} \text{ Pa} = 3003 \text{ Pa} \doteq 3000 \text{ Pa}$

d) $d = 40 \text{ cm} \Rightarrow r = 20 \text{ cm} = 0,2 \text{ m}$
 $S = \pi r^2 = \pi \cdot 0,2^2 \text{ m}^2 = 0,126 \text{ m}^2$
 $V = S \cdot h = 0,126 \cdot 0,3 \text{ m}^3 = 0,0377 \text{ m}^3$
 $m = \rho \cdot V = 1000 \cdot 0,0377 \text{ kg} = 37,7 \text{ kg}$

$$F_g = m \cdot g = 37,7 \cdot 10 \text{ N} = 377 \text{ N}$$

$$p = \frac{F}{S} = \frac{377}{0,126} \text{ Pa} = 2992 \text{ Pa} \doteq 3000 \text{ Pa}$$

e) $d = 3 \text{ m} \Rightarrow r = 1,5 \text{ m}$

$$S = \pi r^2 = \pi \cdot 1,5^2 \text{ m}^2 = 7,07 \text{ m}^2$$

$$V = S \cdot h = 7,07 \cdot 0,3 \text{ m}^3 = 2,12 \text{ m}^3$$

$$m = \rho \cdot V = 1000 \cdot 2,12 \text{ kg} = 2120 \text{ kg}$$

$$F_g = m \cdot g = 2120 \cdot 10 \text{ N} = 21\,200 \text{ N}$$

$$p = \frac{F}{S} = \frac{21\,200}{7,07} \text{ Pa} = 2999 \text{ Pa} \doteq 3000 \text{ Pa}$$

f) $d = 10 \text{ m} \Rightarrow r = 5 \text{ m}$

$$S = \pi r^2 = \pi \cdot 5^2 \text{ m}^2 = 78,5 \text{ m}^2$$

$$V = S \cdot h = 78,5 \cdot 0,3 \text{ m}^3 = 23,6 \text{ m}^3$$

$$m = \rho \cdot V = 1000 \cdot 23,6 \text{ kg} = 23\,600 \text{ kg}$$

$$F_g = m \cdot g = 23\,600 \cdot 10 \text{ N} = 236\,000 \text{ N}$$

$$p = \frac{F}{S} = \frac{236\,000}{78,5} \text{ Pa} = 3006 \text{ Pa} \doteq 3000 \text{ Pa}$$

Ve všech (velmi rozdílných) případech jsme získali stejný výsledek (odchyly byly zřejmě způsobeny zaokrouhlováním během výpočtů). Hydrostatický tlak na dně válce bude 3000 Pa.

Pedagogická poznámka: U následujícího příkladu je velmi důležité provedení. Vysvětlení proč tlak nezávisí na průměru válce není pro žáky těžké. Na veličinách (kromě gravitačního zrychlení) se shodneme také. Pak je nutné nechat čas na sestavení vzorce a poté vypsát na tabuli všechny verze, které se objeví (a objeví se prakticky všechny možnosti). Pak začneme probírat jednotlivé verze (od špatných) a představovat si (na začátku i zkoušet), jak se výsledky mění, když se mění některá z veličin.

Př. 2: Zkus vysvětlit, proč hydrostatický tlak nezávisí na průřezu válce. Na kterých veličinách závisí? Zkus navrhnout vzorec pro jeho výpočet.

Při zvětšení průměru válce:

- do válce se vejde více vody, která působí na dno větší silou (což by mělo zvětšit tlak),
- síla, kterou voda působí na dno, se rozprostírá na větší plochu (což by tlak mělo zmenšit).

Oba efekty se mohou vyrovnat (kolikrát se zvětší hmotnost vody, tolikrát se zvětší i plocha) a tlak potom na průměru válce nezávisí.

Hydrostatický tlak závisí na:

- hloubce vody (známe z pokusů, že ve větší hloubce je větší tlak),
- hustotě kapaliny (z ní jsme počítali hmotnost tlačící kapaliny, větší hustota bude znamenat větší hmotnost a tím i větší tlak),
- tíhovému zrychlení (používali jsme ho k výpočtu síly, větší velikost by znamenala větší sílu a tím i větší tlak).

Vzorec zřejmě bude mít tvar: $p = h\rho g$.

Př. 3: Zopakuj obecně (s písmenky) na pravé polovině stránky svůj výpočet v příkladu 3 a odvoď tím vzorec pro hydrostatický tlak.

Konkrétní výpočet $d = 2 \text{ cm}$	Obecný výpočet
$S = \pi r^2 = \pi \cdot 0,01^2 \text{ m}^2 = 0,000314 \text{ m}^2$	$S = \pi r^2$
$V = S \cdot h = 0,000314 \cdot 0,3 \text{ m}^3 = 0,000094 \text{ m}^3$	$V = S \cdot h = \pi r^2 h$
$m = \rho \cdot V = 1000 \cdot 0,000094 \text{ kg} = 0,0094 \text{ kg}$	$m = \rho \cdot V = \rho \pi r^2 h$
$F_g = m \cdot g = 0,0094 \cdot 10 \text{ N} = 0,094 \text{ N}$	$F_g = m \cdot g = \rho \pi r^2 h \cdot g$
$p = \frac{F}{S} = \frac{0,94}{0,000314} \text{ Pa} = 2994 \text{ Pa} \doteq 3000 \text{ Pa}$	$p = \frac{F}{S} = \frac{\rho \pi r^2 h \cdot g}{\pi r^2} = \rho h g = h \rho g$

Hydrostatický tlak v kapalině je možné vypočítat pomocí vzorce $p = h\rho g$ (kdybychom to věděli dříve, ušetřili bychom v případě 90 % práce).

Hydrostatický tlak v kapalině je možné vypočítat pomocí vzorce $p = h\rho g$.

Pedagogická poznámka: Žáci samozřejmě nevědí, co to je batyskař, proto si ukazujeme fotky a bavíme se o tom, jak je zkonstruovaný.

Př. 4: Jakým tlakem působila mořská voda na dně Mariánského příkopu batyskař Trieste, který se jako první na jeho dno potopil? Jak velká síla působila na okénka batyskařů (o průměru 10 cm).

Hloubka Mariánského příkopu: 10 911 m, hustota mořské vody $\rho = 1025 \text{ kg/m}^3$, $r = 5 \text{ cm}$.

Hydrostatický tlak: $p = h\rho g = 10\,911 \cdot 1025 \cdot 10 = 112\,000\,000 \text{ Pa}$.

Obsah okna: $S = \pi r^2 = \pi \cdot 0,05^2 \text{ m}^2 = 0,00785 \text{ m}^2$

Síla vody na okno: $p = \frac{F}{S} \quad / \cdot S$

$F = pS = 112\,000\,000 \cdot 0,00785 \text{ N} = 88\,000 \text{ N}$

(tato síla odpovídá váze 90 tun, tedy šedesáti na sobě postavených osobních automobilů)

Na dně Mariánského příkopu působí tlak 112 MPa, který vytvoří na okna o průměru 10 cm sílu 880 000 N.

Pedagogická poznámka: Následující tabulku samozřejmě nestihneme vyplnit ve škole. Každý udělá, co stihne, příští hodinu kontrolujeme vyplňováním podobné tabulky na plusy a mínusy.

Př. 5: Dopln tabulku. Zaokrouhluj na dvě platné číslice.

Kapalina	výška [m]	hustota [kg/m^3]	tlak u dna [Pa]	plocha dna [m^2]	síla na dno [N]
Voda	0,5	1 000		0,01	

Olej	0,25	950		0,04	
benzín	0,35	770			25
glycerol	0,15		1 900	0,007	
rtuť		13 500		0,000 4	2

Tabulka obsahuje dvě závislosti:

- hydrostatického tlaku na hustotě a výšce hladiny: $p = h\rho g$.
- tlaku na působící síle a ploše: $p = \frac{F}{S}$.

Vyplňujeme první řádek:

kapalina	výška [m]	hustota [kg/m ³]	tlak u dna [Pa]	plocha dna [m ²]	síla na dno [N]
voda	0,5	1 000		0,01	

$$p = h\rho g = 0,5 \cdot 1000 \cdot 10 \text{ Pa} = 5\,000 \text{ Pa}$$

kapalina	výška [m]	hustota [kg/m ³]	tlak u dna [Pa]	plocha dna [m ²]	síla na dno [N]
voda	0,5	1 000	5 000	0,01	

Známe tlak a plochu dna, potřebujeme spočítat sílu $\Rightarrow p = \frac{F}{S} \quad / \cdot S$

$$F = p \cdot S = 5\,000 \cdot 0,01 \text{ N} = 50 \text{ N}$$

kapalina	výška [m]	hustota [kg/m ³]	tlak u dna [Pa]	plocha dna [m ²]	síla na dno [N]
voda	0,5	1 000	5 000	0,01	50

Druhý řádek analogicky:

$$p = h\rho g = 0,25 \cdot 950 \cdot 10 \text{ Pa} = 2\,400 \text{ Pa}$$

$$F = p \cdot S = 2\,400 \cdot 0,04 \text{ N} = 96 \text{ N}$$

kapalina	výška [m]	hustota [kg/m ³]	tlak u dna [Pa]	plocha dna [m ²]	síla na dno [N]
voda	0,5	1 000	5 000	0,01	50
olej	0,25	950	2 400	0,04	96

Třetí řádek

kapalina	výška [m]	hustota [kg/m ³]	tlak u dna [Pa]	plocha dna [m ²]	síla na dno [N]
benzín	0,35	770			25

$$p = h\rho g = 0,35 \cdot 770 \cdot 10 \text{ Pa} = 2\,700 \text{ Pa}$$

kapalina	výška [m]	hustota [kg/m ³]	tlak u dna [Pa]	plocha dna [m ²]	síla na dno [N]
benzín	0,35	770	2 700		25

Známe tlak a sílu na dno, potřebujeme určit plochu: $F = p \cdot S \quad / : p$

$$S = \frac{F}{p} = \frac{25}{2700} = 0,0093$$

kapalina	výška [m]	hustota [kg/m ³]	tlak u dna [Pa]	plocha dna [m ²]	síla na dno [N]
voda	0,5	1 000	5 000	0,01	50
olej	0,25	950	2 400	0,04	96
benzín	0,35	770	2 700	0,093	25

Čtvrtý řádek

kapalina	výška [m]	hustota [kg/m ³]	tlak u dna [Pa]	plocha dna [m ²]	síla na dno [N]
glycerol	0,15		1 900	0,007	

Známe tlak u dna a výšku sloupce, potřebujeme určit hustotu: $p = h\rho g$ $l: hg$

$$\rho = \frac{p}{hg} = \frac{1900}{0,15 \cdot 10} \text{ kg/m}^3 = 1300 \text{ kg/m}^3$$

kapalina	výška [m]	hustota [kg/m ³]	tlak u dna [Pa]	plocha dna [m ²]	síla na dno [N]
glycerol	0,15	1 300	1 900	0,007	

$$F = p \cdot S = 1900 \cdot 0,007 \text{ N} = 13 \text{ N}$$

kapalina	výška [m]	hustota [kg/m ³]	tlak u dna [Pa]	plocha dna [m ²]	síla na dno [N]
glycerol	0,15	1 300	1 900	0,007	13

Pátý řádek

kapalina	výška [m]	hustota [kg/m ³]	tlak u dna [Pa]	plocha dna [m ²]	síla na dno [N]
rtuť		13 500		0,000 4	5

Známe sílu a plochu dna \Rightarrow můžeme určit tlak u dna (z hustoty bez znalosti výšky sloupce tlak určit nedokážeme).

$$p = \frac{F}{S} = \frac{2}{0,000 4} \text{ Pa} = 5 000 \text{ Pa}$$

kapalina	výška [m]	hustota [kg/m ³]	tlak u dna [Pa]	plocha dna [m ²]	síla na dno [N]
rtuť		13 500	5 000	0,000 4	5

Známe tlak u dna a hustotu, potřebujeme určit výšku sloupce: $p = h\rho g$ $l: \rho g$

$$h = \frac{p}{\rho g} = \frac{5 000}{13 500 \cdot 10} \text{ m} = 0,037 \text{ m}$$

kapalina	výška [m]	hustota [kg/m ³]	tlak u dna [Pa]	plocha dna [m ²]	síla na dno [N]
voda	0,5	1 000	5 000	0,01	50
olej	0,25	950	2 400	0,04	96
benzín	0,35	770	2 700	0,093	25
glycerol	0,15	1 300	1 900	0,007	13
rtuť	0,037	13 500	5 000	0,000 4	2

Shrnutí: Hydrostatický tlak v kapalině můžeme vypočítat pomocí vzorce $p = h\rho g$.