

3.4.7 Můžeme ušetřit práci?

Předpoklady: 030404

Pomůcky:

Pedagogická poznámka: Hodina je organizována jako skupinová práce. Třída je rozdělena na čtyřčlenné skupiny, každý ze členů má jednu možnost konzultovat se mnou nebo mně předat výsledky. Kdy skupina koho vyšle je na ní. Pokud vyslaný má něco zodpovědět a není schopen odpovědět na otázku, musí skupina vyslat někoho jiného.

Př. 1: Během loňského a letošního roku jsme se učili o několika jednoduchých fyzikálních zařízeních, které dokáží zvětšit sílu, kterou na ně působíme, na větší sílu, kterou působí na nějaký předmět. Mohou tyto přístroje také šetřit práci, kterou při přemístění předmětů vykonáme?

Sestav seznam probraných přístrojů, kterou můžeme použít na zvětšování síly. Připrav plán zkoumání, které zodpoví předchozí otázku a konzultuj ho s učitelem.

Plán zkoumání

- Sestavíme seznam přístrojů na zvětšování síly.
- Spočteme práci, kterou vykonáme při zvednutí předmětu bez přístroje.
- U každého přístroje
 - spočteme práci, kterou je potřeba vykonat na zvednutí předmětu s jeho pomocí.
 - zkusíme obecný výpočet (kde budeme předpokládat, že sílu, kterou působíme, přístroj zvětšuje n -krát).

Přístroje na zvětšování síly:

- kladka,
- hydraulické zařízení
- páka,
- nakloněná rovina.

Výpočet práce bez použití přístroje

Budeme zvedat předmět o hmotnosti $m = 12 \text{ kg}$ do výšky $h = 5 \text{ m}$.

Práce vykonaná bez přístroje:

$$W = Fs = F_g h = mgh = 12 \cdot 10 \cdot 5 \text{ J} = 600 \text{ J}$$

Při zvednutí předmětu bez přístroje na zvětšování síly vykonáme práci 600 J.

Kladka

Umožňuje předmět zavěsit na větší počet lan, všechna lana jsou zatěžována stejně \Rightarrow :

- síla, kterou musíme předmět zvedat se zmenší tolikrát, kolik lan použijeme,
- při zvedání předmětu musíme zkrátit stejně všechna lana \Rightarrow dráha, na které musíme působit naší silou, se zvětší tolikrát, kolik lan používáme.

Zavěsíme předmět na čtyři lana:

- síla nutná ke zvedání: $F = \frac{F_g}{4} = \frac{120}{4} \text{ N} = 30 \text{ N}$ (stačí, když budeme lano tahat silou 30 N).
- dráha, na které musíme působit naší zmenšenou silou: $s = 4 \cdot h = 4 \cdot 5 \text{ m} = 20 \text{ m}$ (konec lana, za který taháme musíme zkrátit o 20 m),
- $W = Fs = 30 \cdot 20 \text{ J} = 600 \text{ J}$

Stejně velká práce je v případě, že kladku nepoužijeme.

Obecný výpočet:

Zavěsíme předmět na n lan:

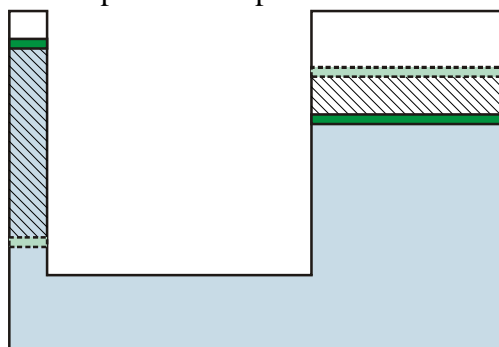
- síla nutná ke zvedání: $F = \frac{F_g}{n}$,
- dráha, na které musíme působit naší zmenšenou silou: $s = n \cdot h$,
- $W = Fs = \frac{F_g}{n} \cdot n \cdot h = F_g h = mgh = 12 \cdot 10 \cdot 5 \text{ J} = 600 \text{ J}$ -

Při zvedání pomocí kladky vykonáme stejnou práci (při zanedbání ztrát) bez ohledu na to, na kolik lan je kladka zavěšena.

Hydraulické zařízení

Tlačíme na píst o ploše S_1 silou $F_1 \Rightarrow$ v kapalině vznikne tlak p , který je stejný i u druhé pístu o ploše S_2 , na který voda tlačí silou F_2 :

- síla, kterou musíme tlačit na píst se zmenší v poměru, který odpovídá poměru plochy pístů,
- při zvedání předmětu je objem kapaliny, které vytlačíme v našem pístu o ploše S_1 stejný jako objem kapaliny, která se nehrne do pístu o ploše $S_2 \Rightarrow$ dráha, na které musíme působit na menší píst, je větší než dráha, o kterou se posune větší píst působící na předmět.



Zkusíme například, že píst S_2 má šestkrát větší plochu než píst S_1 ($S_2 = 6S_1$). Známe tedy $F_2 = 120 \text{ N}$ (předmět zvedá velký píst, na který působí kapalina), $s_2 = 5 \text{ m}$ (velký píst musí urazit dráhu, potřebnou ke zvednutí předmětu).

Síla nutná ke zvedání: $\frac{F_1}{S_1} = \frac{F_2}{S_2} \Rightarrow F_1 = F_2 \frac{S_1}{S_2}$.

$F = F_1 = F_2 \frac{S_1}{S_2} = F_g \frac{S_1}{6 \cdot S_1} = \frac{F_g}{6} = \frac{120}{6} \text{ N} = 20 \text{ N}$ (stačí, když budeme menší píst tlačit silou 30 N).

Dráha, na které musíme působit naší zmenšenou silou: $V_1 = S_1 s_1 = V_2 = S_2 s_2 \Rightarrow$

$$s_1 = \frac{S_2}{S_1} s_2 = \frac{6S_1}{S_1} s_2 = 6s_2 = 6 \cdot 5 \text{ m} = 30 \text{ m}$$

(píst o malé ploše S_1 , musíme zatlačit o 30 m, aby se

píst o velké ploše S_2 zvedl o 5m).

$$W = F s = 20 \cdot 30 \text{ J} = 600 \text{ J}$$

Při použití hydraulického zařízení vykonáme stejnou práci.

Obecný výpočet

Píst S_2 je n -krát větší ($S_2 = nS_1$):

$$\text{Síla nutná ke zvedání: } F = F_1 = F_2 \frac{S_1}{S_2} = F_g \frac{S_1}{n \cdot S_1} = \frac{F_g}{n}.$$

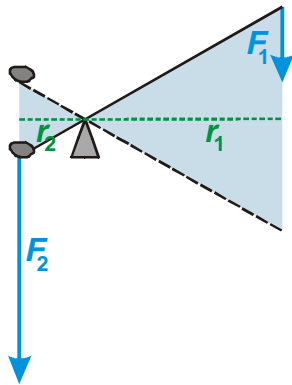
Dráha, na které musíme působit naší zmenšenou silou: $s_1 = \frac{S_2}{S_1} s_2 = \frac{nS_1}{S_1} s_2 = ns_2.$

$$W = F_1 s_1 = \frac{F_g}{n} \cdot ns_1 = F_g h = mgh = 12 \cdot 10 \cdot 5 \text{ J} = 600 \text{ J}$$

Při použití libovolného hydraulického zařízení vykonáme stejnou práci (pokud zanedbáme ztráty) jako při přímém zvednutí.

Páka

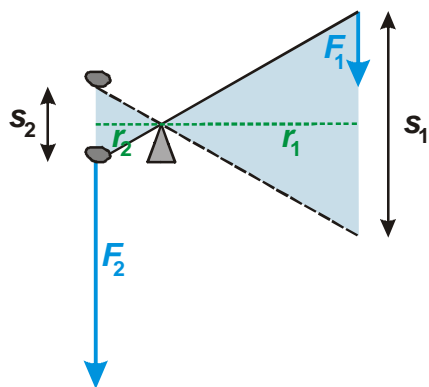
Nakreslíme obrázek situace



Na zvedání břemene potřebujeme na delším konci páky působit menší silou F_1 , kterou vyrovnává na kratším konci větší síla F_2 , kterou na páku působí břemeno. Na obou stranách páky tak působí stejný moment síly: $F_1 r_1 = F_2 r_2 \Rightarrow$ poměr velikostí obou sil odpovídá

převrácenému poměru délek ramen: $\frac{F_1}{F_2} = \frac{r_2}{r_1}.$

Dokreslíme do obrázku dráty při zvedání břemene.



Oba modré trojúhelníky jsou si podobné \Rightarrow pokud je rameno r_1 třikrát delší než rameno r_2 (a síla F_1 je tedy třikrát menší), je i dráha s_1 třikrát delší než dráha s_2 .

Výpočet

Předpoklad: $r_1 = 3r_2 \Rightarrow F_1 = \frac{F_2}{3} = \frac{120}{3} \text{ N} = 40 \text{ N}$, $s_1 = 3s_2 = 3 \cdot 5 \text{ m} = 15 \text{ m}$.

Výpočet práce: $W = Fs = 40 \cdot 15 \text{ J} = 600 \text{ J}$

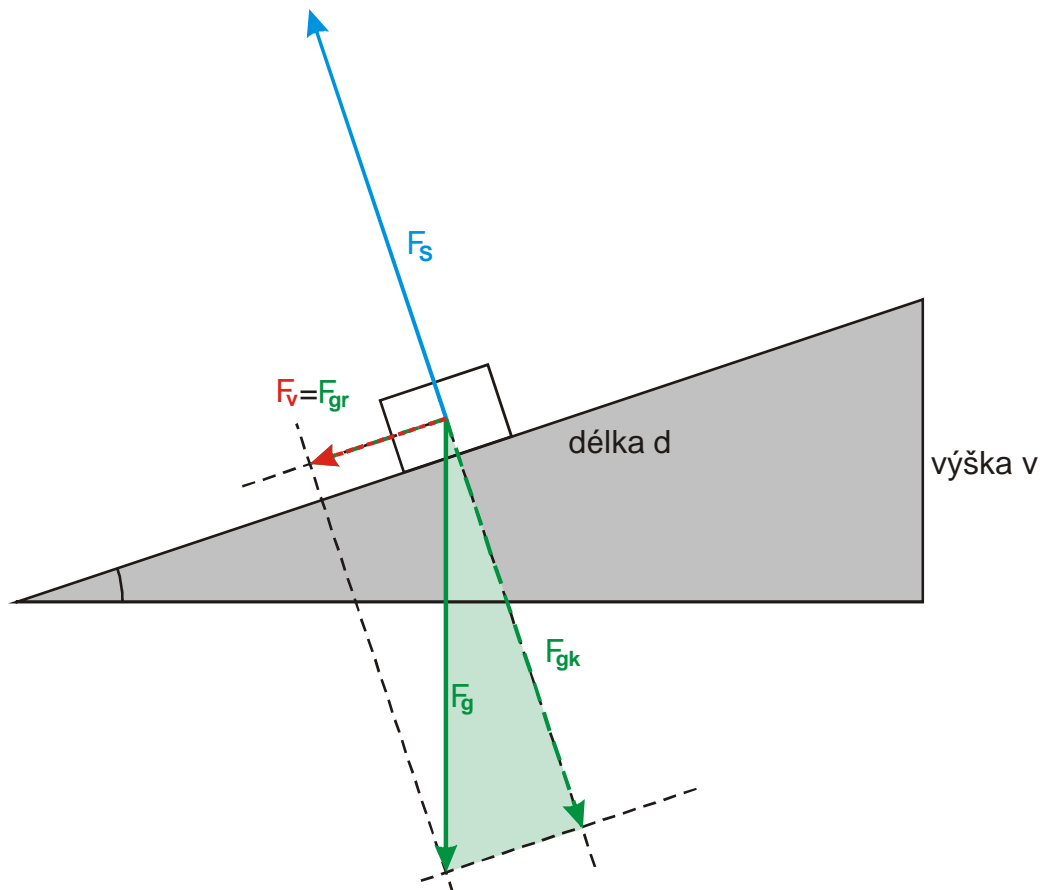
Obecný výpočet

Předpoklad: $r_1 = kr_2 \Rightarrow F_1 = \frac{F_2}{k} = \frac{120}{k} \text{ N}$, $s_1 = ks_2 = k \cdot 5$.

Výpočet práce: $W = Fs = \frac{120}{k} \cdot 5 \cdot k \text{ J} = 120 \cdot 5 \text{ J} = 600 \text{ J}$

Opět jsme zjistili, že nezávisle na volbě páky vyjde velikost práce při zanedbání ztrát vždy stejně.

Nakloněná rovina



Na předmět na nakloněné rovině působí dvě síly – gravitační síla F_g a tlaková síla nakloněné roviny. Gravitační sílu si můžeme nahradit tím, že ji rozložíme na dvě složky:

- složku F_{gk} , která je kolmá k nakloněné rovině a která se navzájem vyruší se silou nakloněné roviny F_s ,
- složku F_{gr} , která je rovnoběžná s nakloněnou rovinou a která je zároveň výslednicí všech sil, které na předmět působí.

⇒ pokud chceme předmět do nakloněné roviny vytlačit, musíme působit silou o velikosti F_{gr} (aby výslednice sil na předmět byla nulová) ⇒ nakloněná rovina usnadňuje práci tím, že místo síly o velikosti celé síly F_g musíme tlačit jen silou o velikosti složky F_{gr} , platíme ale tím, že tlačíme po delší dráze.

O kolik je dráha delší?

Vybarvené trojúhelníky (šedý s nakloněnou rovinou i zelený s rozkladem síly F_g) jsou si podobné (mají stejný tvar). U obou je tedy stejný poměr odpovídajících si stran, v našem

případě kratší odvěsny a přepony, platí tedy $\frac{F_{gr}}{F_g} = \frac{v}{d} \Rightarrow$ kolikrát je výška nakloněné roviny

kratší než její délka, tolikrát je síla F_{gr} menší než celá síla F_g .

Výpočet

Předpoklad: $d = 4 \cdot v$ (délka nakloněné roviny je čtyřikrát větší než její výška) ⇒

$$F_{gr} = \frac{F_g}{4} = \frac{120}{4} \text{ N} = 30 \text{ N}, \quad s = d = 4v = 4 \cdot 5 \text{ m} = 20 \text{ m}.$$

Výpočet práce: $W = F_s = 30 \cdot 20 \text{ J} = 600 \text{ J}$ (opět stejná hodnota jako při přímém zvednutí).

Obecný výpočet

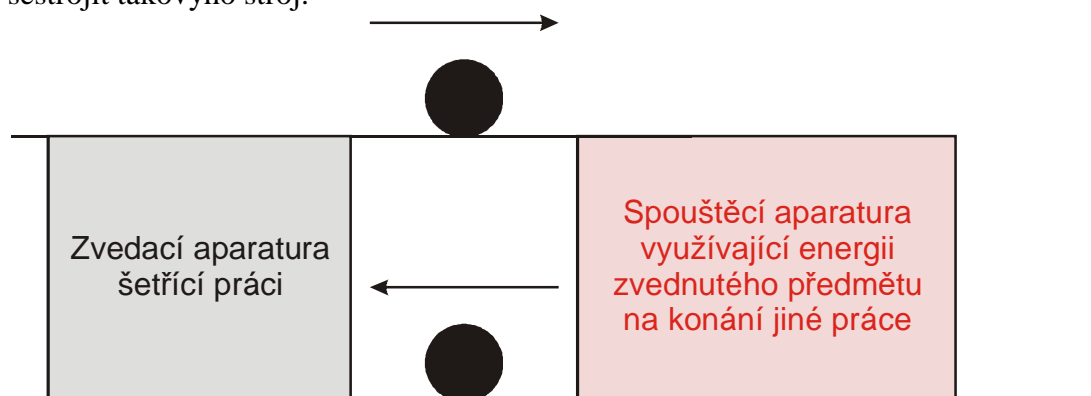
Předpoklad: $d = k \cdot v \Rightarrow F_{gr} = \frac{F_g}{k} = \frac{120}{k} \text{ N}$, $s = d = kv = k \cdot 5 \text{ m}$.

Výpočet práce: $W = F_s = \frac{120}{k} \cdot 5 \cdot k \text{ J} = 120 \cdot 5 \text{ J} = 600 \text{ J}$

Ve všech případech jsme získali stejným výsledkem.

Použitím libovolných strojů není možné ušetřit práci nutnou k přemístění předmětu. Při zanedbání ztrát je práce vždy stejná.

Proč se příroda takto chová? Pro ji vadí, že by využití stroje vedlo k ušetření práce? Představme si, že by bylo možné práci použitím libovolného stroje ušetřit. Mohli bychom pak sestavit takový stroj.



V levé části by stroj zvedal těžký válec a šetřil práci (například místo 1000 J jako při přímém zvednutí by spotřeboval pouze 900 J). Po zvednutí do horního patra by se válec překutáel na pravou stranu, kde by ho druhá část stroj spustila dolů a jeho energii (1000 J) by využila tak, aby dodala 900 J levé části na zvednutí druhého válce a zbývajících 100 J na konání jiné práce (například roztáčení generátoru elektrické energie). Spuštění válec by pak opět překulil na levou stranu, kde by mohl celý cyklus začít znova od začátku.

Taková aparatura by nespotřebovávala žádné palivo (zvedací aparatura zvedá díky energii od spuštěných válců) a naopak by při každém cyklu vytvořila práci 100 J. Takové přístroje se označují jako perpetuum mobile a příroda jejich sestavení nedovoluje. V přírodě není možné získat něco zadarmo.

Shrnutí: