

### 3.2.6 Kalorimetrická rovnice II

**Předpoklady:** 030205

**Pomůcky:**

**Př. 1:** Železnou podkovu o hmotnosti 1,2 kg zahřátou v plameni na 800°C chceme ochladit ve vodě o teplotě 22°C. Kolik vody musíme mít, aby se její teplota zvýšila maximálně o 5°C?

$$Q_s = Q_t$$

$$m_s c_s \Delta t_s = m_t c_t \Delta t_t \quad / : c_s \Delta t_s$$

$$m_s = \frac{m_t c_t \Delta t_t}{c_s \Delta t_s} = \frac{1,2 \cdot 450 \cdot (800 - 27)}{4200 \cdot 5} \text{ kg} = 19,9 \text{ kg}$$

Budeme potřebovat minimálně 20 litrů vody.

**Př. 2:** Navrhni pokus, kterým bychom změřili měrnou tepelnou kapacitu neznámé látky.

Neznámou látku zvážíme a zahřejeme (ochladíme) na známou teplotu. Poté ji vhodíme do známého množství vody o známé teplotě a změříme, jak se voda ohřeje (ochladí). Ze změřených údajů, pak můžeme měrnou tepelnou kapacitu vypočítat.

**Př. 3:** Do litru vody o teplotě 22°C jsme vhodili půl kilové závaží z neznámé látky o teplotě 150°C. Teplota se ustálila na 28°C. Urči měrnou tepelnou kapacitu neznámé látky. O jakou látku zřejmě jde?

$$Q_s = Q_t$$

$$m_s c_s \Delta t_s = m_t c_t \Delta t_t \quad / : m_t \Delta t_t$$

$$m_t = \frac{m_s c_s \Delta t_s}{c_t \Delta t_t} = \frac{1 \cdot 4200 \cdot (28 - 22)}{0,5 \cdot (150 - 28)} \text{ J/kg}^\circ\text{C} = 413 \text{ J/kg}^\circ\text{C}$$

Neznámá látka má měrnou tepelnou kapacitu 413 J/kg°C a zřejmě jde o železo (část tepla se během pokusu ztratí a proto se zdá, že jeho měrná tepelná kapacita je menší než ve skutečnosti).

**Pedagogická poznámka:** U následujícího příkladu se samozřejmě objeví protesty, že obecné vyjádření je příliš složité a jednodušší je dosazení (řešení příkladu v minulé hodině). Příklad 6 by měl všechny přesvědčit, že i obecné řešení má své kouzlo.

**Př. 4:** Do 0,5 litru vody o teplotě 22°C a přilijeme 0,25 litru vody o teplotě 98°C. Jaká bude výsledná teplota smíchané vody?

$$Q_s = Q_t$$

$$m_s c_s \Delta t_s = m_t c_t \Delta t_t \quad (c_s = c_t = c \text{ v obou případech jde o vodu})$$

$$m_s c \Delta t_s = m_t c \Delta t_t \quad / : c$$

$$m_s \Delta t_s = m_t \Delta t_t$$

Problém: Neznáme konečnou teplotu  $\Rightarrow$  nejsme schopni spočítat změny teplot  $\Rightarrow$  budeme místo nich muset napsat závorky s teplotami. Konečnou teplotu označíme  $t$ .

$$m_s (t - t_s) = m_t (t_t - t) \quad - \text{potřebujeme vyjádřit } t \Rightarrow \text{závorky musíme roznásobit.}$$

$$m_s t - m_s t_s = m_t t_t - m_t t \quad / + m_s t_s + m_t t$$

$$m_s t + m_t t = m_t t_t + m_s t_s$$

$$t (m_s + m_t) = m_t t_t + m_s t_s \quad / : (m_s + m_t)$$

$$t = \frac{m_t t_t + m_s t_s}{m_s + m_t} = \frac{0,25 \cdot 98 + 0,5 \cdot 22}{0,5 + 0,25} \text{ } ^\circ\text{C} = 47^\circ\text{C}$$

Po smíchání bude mít voda teplotu  $47^\circ\text{C}$

**Př. 5:** Do 0,4 litru vody o teplotě  $22^\circ\text{C}$  vhodíme 200 g olova o teplotě  $-30^\circ\text{C}$ . Jaká bude výsledná teplota?

Podobně předchozímu příkladu  $\Rightarrow$  opět musíme změny teploty rozepsat a vyjádřit si konečnou teplotu.

$$Q_s = Q_t$$

$m_s c_s \Delta t_s = m_t c_t \Delta t_t$  (nejde o stejné látky  $\Rightarrow$  měrné tepelné kapacity se nerovnají a nemůžeme je vykrátit)

$$m_s c_s (t - t_s) = m_t c_t (t_t - t)$$

$$m_s c_s t - m_s c_s t_s = m_t c_t t_t - m_t c_t t \quad / + m_s c_s t_s + m_t c_t t$$

$$m_s c_s t + m_t c_t t = m_t c_t t_t + m_s c_s t_s$$

$$t (m_s c_s + m_t c_t) = m_t c_t t_t + m_s c_s t_s \quad / : (m_s c_s + m_t c_t)$$

$$t = \frac{m_t c_t t_t + m_s c_s t_s}{m_s c_s + m_t c_t} = \frac{0,4 \cdot 4200 \cdot 22 + 0,2 \cdot 129 \cdot (-30)}{0,4 \cdot 4200 + 0,2 \cdot 129} \text{ } ^\circ\text{C} = 21,2^\circ\text{C}$$

Voda se ochladí (olovo se ohřeje) na  $21,2^\circ\text{C}$ .

**Př. 6:** Odhadni výslednou teplotu vody, kterou získáme smícháním:

a) 0,5 litru vody o teplotě  $20^\circ\text{C}$  a 0,5 litru vody o teplotě  $60^\circ\text{C}$ ,

b) 1 litru vody o teplotě  $20^\circ\text{C}$  a 0,5 litru vody o teplotě  $80^\circ\text{C}$ ,

c) 0,5 litru vody o teplotě  $20^\circ\text{C}$  a 2 litrů vody o teplotě  $70^\circ\text{C}$ ,

d) 0,4 litru vody o teplotě  $15^\circ\text{C}$  a 0,7 litru vody o teplotě  $50^\circ\text{C}$ .

Své odhady zkontroluj výpočtem (odvoď si vzorec, do kterého pak budeš pouze dosazovat).

Odhady:

a) 0,5 litru vody o teplotě  $20^\circ\text{C}$  a 0,5 litru vody o teplotě  $60^\circ\text{C}$

Obou vod je stejné množství  $\Rightarrow$  výsledná teplota by měla být průměrem původních teplot  $\Rightarrow$  získáme vodu o teplotě  $40^\circ\text{C}$ .

b) 1 litru vody o teplotě  $20^\circ\text{C}$  a 0,5 litru vody o teplotě  $80^\circ\text{C}$

Studené vody je více (dvakrát)  $\Rightarrow$  výsledná teplota by měla být blíže k teplotě studené vody  $\Rightarrow$  získáme vodu o teplotě přibližně  $40^\circ\text{C}$ .

c) 0,5 litru vody o teplotě  $20^\circ\text{C}$  a 2 litrů vody o teplotě  $70^\circ\text{C}$

Teplé vody je více (čtyřikrát)  $\Rightarrow$  výsledná teplota by měla být blíže k teplotě teplé vody  $\Rightarrow$  získáme vodu o teplotě přibližně  $60^{\circ}\text{C}$ .

d) 0,4 litru vody o teplotě  $15^{\circ}\text{C}$  a 0,7 litru vody o teplotě  $50^{\circ}\text{C}$

Teplé vody je více (téměř dvakrát)  $\Rightarrow$  výsledná teplota by měla být blíže k teplotě teplé vody  $\Rightarrow$  získáme vodu o teplotě přibližně  $38^{\circ}\text{C}$ .

Odvození vzorce (stejně jako v příkladu 4)

$$m_s c_s \Delta t_s = m_t c_t \Delta t_t \quad (c_s = c_t = c \text{ v obou případech jde o vodu})$$

$$m_s c \Delta t_s = m_t c \Delta t_t \quad / : c$$

$$m_s \Delta t_s = m_t \Delta t_t$$

$$m_s (t - t_s) = m_t (t_t - t)$$

$$m_s t - m_s t_s = m_t t_t - m_t t \quad / + m_s t_s + m_t t$$

$$m_s t + m_t t = m_t t_t + m_s t_s$$

$$t (m_s + m_t) = m_t t_t + m_s t_s \quad / : (m_s + m_t)$$

$$t = \frac{m_t t_t + m_s t_s}{m_t + m_s}$$

a) 0,5 litru vody o teplotě  $20^{\circ}\text{C}$  a 0,5 litru vody o teplotě  $60^{\circ}\text{C}$

$$t = \frac{m_t t_t + m_s t_s}{m_t + m_s} = \frac{0,5 \cdot 60 + 0,5 \cdot 20}{0,5 + 0,5} \text{ }^{\circ}\text{C} = 40^{\circ}\text{C}$$

b) 1 litru vody o teplotě  $20^{\circ}\text{C}$  a 0,5 litru vody o teplotě  $80^{\circ}\text{C}$

$$t = \frac{m_t t_t + m_s t_s}{m_t + m_s} = \frac{0,5 \cdot 80 + 1 \cdot 20}{0,5 + 1} \text{ }^{\circ}\text{C} = 40^{\circ}\text{C}$$

c) 0,5 litru vody o teplotě  $20^{\circ}\text{C}$  a 2 litrů vody o teplotě  $70^{\circ}\text{C}$

$$t = \frac{m_t t_t + m_s t_s}{m_t + m_s} = \frac{2 \cdot 70 + 0,5 \cdot 20}{2 + 0,5} \text{ }^{\circ}\text{C} = 60^{\circ}\text{C}$$

d) 0,4 litru vody o teplotě  $15^{\circ}\text{C}$  a 0,7 litru vody o teplotě  $50^{\circ}\text{C}$

$$t = \frac{m_t t_t + m_s t_s}{m_t + m_s} = \frac{0,7 \cdot 50 + 0,4 \cdot 15}{0,7 + 0,4} \text{ }^{\circ}\text{C} = 37,3^{\circ}\text{C}$$

**Shrnutí:** Obecné vyjádření do vzorce je užitečné při řešení většího počtu příkladů, které se liší pouze číselnými hodnotami v zadání.