

3.6.15 Zjednodušování paralelního zapojení

Předpoklady: 030614

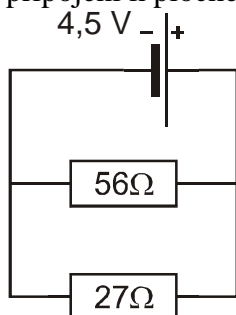
Není možné přijít do obchodu a chtít rezistor o odporu 29Ω (teda možné to je, ale rezistor stejně nedostanete). Rezistory potřebujeme v obrovském rozpětí hodnot od desetin ohmu po desítky milionů ohmů \Rightarrow žádný obchod nemůže mít k dispozici 100 milionů rezistorů, které se liší pouze hodnotou.

Ve skutečnosti je hodnot rezistorů vyrábí podstatně méně, například v takzvané elektrotechnické řadě E12 je to pouze 12 hodnot v každém řádu: 1,0; 1,5; 1,8; 2,2; 2,7; 3,3; 3,9; 4,7; 5,6; 6,8; 8,2. Všechny ostatní hodnoty si musíme sestavit z těchto hodnot zapojením většího počtu rezistorů.

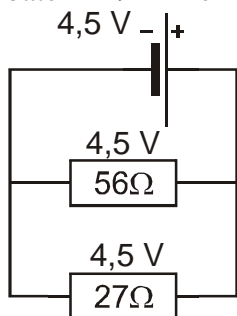
Pedagogická poznámka: V hodině si kontrolujeme, že všechny na první pohled podivné hodnoty našich rezistorů patří mezi hodnoty právě uvedené.

Jak si dopředu spočítat, jak velký odpor spojením několika rezistorů získáme, se naučíme v této a následující hodině.

Př. 1: Na obrázku je paralelní obvod dvou rezistorů. Urči proudy a napětí v obvodu po připojení k ploché baterii o napětí 4,5 V.

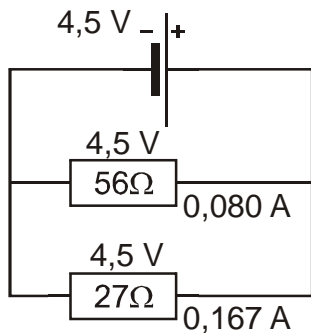


Rezistory jsou k baterii připojeny paralelně \Rightarrow na obou rezistorech je stejné napětí jako na baterii \Rightarrow můžeme spočítat proudy přes oba rezistory.

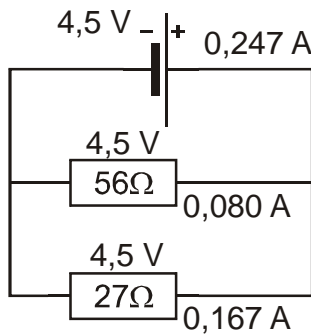


$$I = \frac{U}{R} = \frac{4,5}{56} \text{ A} = 0,080 \text{ A}$$

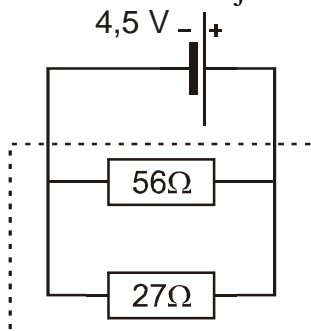
$$I = \frac{U}{R} = \frac{4,5}{27} \text{ A} = 0,167 \text{ A}$$



Celkový proud dodávaný baterií je jejich součtem.
 $I = 0,080 + 0,167 \text{ A} = 0,247 \text{ A}$



Př. 2: Kdybychom obvod z příkladu 1 částečně zavřeli do neprůhledné krabičky, jak je naznačeno na obrázku, mohli bychom si myslet, že je v krabičce zapojený jediný rezistor. Odhadni jeho velikost. Poté spočti jeho velikost z hodnot řešení příkladu 1.



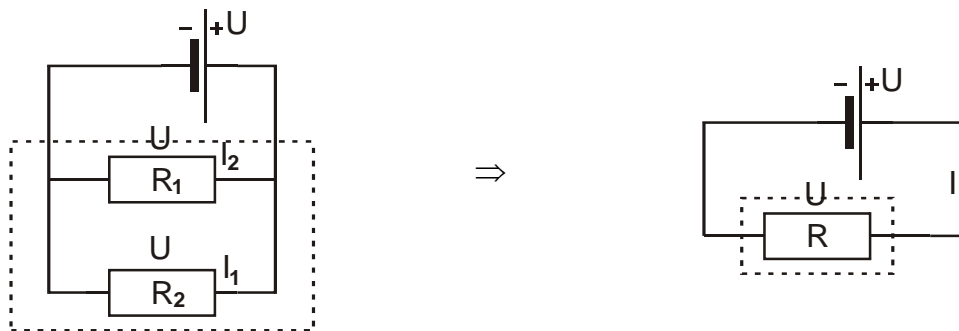
Odhad: Kdybychom měli zapojený samotný rezistor 27Ω a přidali k němu paralelně rezistor 56Ω , celková cesta pro elektrony od jednoho pólu baterie k druhému by se zjednodušila (otevřela by se další i když méně pohodlná cesta) \Rightarrow odpor paralelně zapojených rezistorů musí být menší než odpor toho menšího z nich, ale víc než jeho polovina \Rightarrow odhadovaná hodnota leží mezi $15 - 20 \Omega$.

Na myšlenkovém součtovém rezistoru je napětí $4,5 \text{ V}$ a prochází jím proud $0,247 \text{ A} \Rightarrow$ pro jeho odpor platí: $R = \frac{U}{I} = \frac{4,5}{0,247} = 18,2 \Omega$.

Př. 3: Najdi v poznámkách hodinu, ve které jsme měřili obvod z příkladu 1 a spočti velikost "spojeného rezistoru".

V různých obvodech se liší hodnoty napětí baterie a tím i celkového proudu v obvodu. Ve všech případech vychází okolo 18Ω .

Z předchozího příkladu je zřejmé, že hodnota celkového odporu nezávisí na napětí baterie - je dána pouze velikostí obou rezistorů \Rightarrow měl by existovat způsob, jak celkový odpor dvou paralelně zapojených rezistorů vypočítat.



Z obvodu se dvěma rezistory potřebujeme vytvořit jednodušší obvod s jediným rezistorem, který se bude navenek chovat stejně jako dva původní odpory.

Hledáme vztah, který spojuje levý obrázek s pravým: $I_1 + I_2 = I$ (součet proudů přes původní odpory je roven proudu přes počítaný celkový odpor).

Potřebujeme ve vztahu získat hodnoty odporů \Rightarrow použijeme $I = \frac{U}{R}$.

$$I_1 + I_2 = I$$

$$\frac{U}{R_1} + \frac{U}{R_2} = \frac{U}{R} \quad /:U$$

$$\frac{1}{R} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}$$

Problém se vzorcem: Na levé straně není přímo hodnota, kterou máme vypočítat \Rightarrow musíme dávat dobrý pozor, zda jsme spočítali hledanou hodnotu nebo jen její převrácenou hodnotu (v takovém případě, je skvělé, když máme odhad)..

Př. 4: Napiš, jak by vypadal vzorec, kdybychom potřebovali nahradit tři paralelně zapojené rezistory o odporech $R_1; R_2; R_3$.

Odvození by bylo stejné, jenom by přibyl člen s R_3 : $\frac{1}{R} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3}$.

Př. 5: Vypočti pomocí odvozeného vzorce celkový odpor paralelně zapojených rezistorů o odporech 27Ω a 56Ω .

Dosadíme do vzorce: $\frac{1}{R} = \frac{1}{56} + \frac{1}{27} = 0,0549$

Získané číslo není hodnotou odporu R , ale jeho převrácenou hodnotou $\frac{1}{R} \Rightarrow$

$$R = \frac{1}{0,0549} \Omega = 18,2 \Omega.$$

Pedagogická poznámka: V hodině dopředu neupozorňuji, jen se divím, že hodnota odhadovaná jako větší než 15Ω vyšla tak malá.

Př. 6: Vyjádři ze vztahu $\frac{1}{R} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}$, celkový odpor R a dosažením vhodných čísel ověř jeho správnost.

$$\frac{1}{R} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} = \frac{R_2}{R_1 R_2} + \frac{R_1}{R_1 R_2}$$

$$\frac{1}{R} = \frac{R_1 + R_2}{R_1 R_2} \quad / \cdot R \cdot R_1 \cdot R_2$$

$$R_1 R_2 = R(R_1 + R_2) \quad / : R_1 + R_2$$

$$R = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2}$$

Dosadíme zadání předchozího příkladu: $R = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} = \frac{27 \cdot 56}{27 + 56} \Omega = 18,2 \Omega$.

Výsledek se shoduje s výsledkem předchozího příkladu.

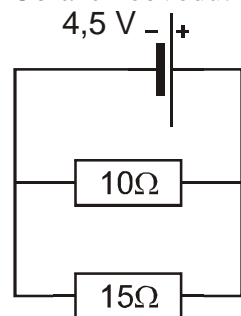
Př. 7: Do paralelního obvodu napájeného plochou baterií o napětí $4,5 \text{ V}$ jsou připojeny rezistory 10Ω a 15Ω . Urči jejich celkový odpor. Nakresli schéma obvodu a vypočti ho.

Dosadíme do vzorce: $\frac{1}{R} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} = \frac{1}{10} + \frac{1}{15} = \frac{3}{30} + \frac{2}{30} = \frac{5}{30}$

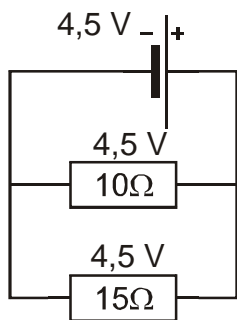
$$R = \frac{1}{\frac{5}{30}} \Omega = \frac{30}{5} \Omega = 6 \Omega$$

Proud odebíraný z baterie: $I = \frac{U}{R} = \frac{4,5}{6} \text{ A} = 0,75 \text{ A}$.

Obrázek obvodu:

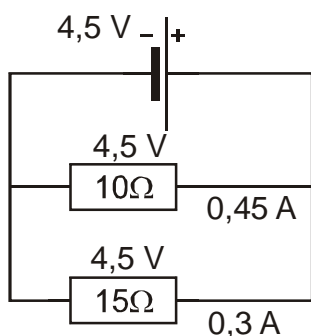


Rezistory jsou k baterii připojeny paralelně \Rightarrow na obou rezistorech je stejné napětí jako na baterii \Rightarrow můžeme spočítat proudy přes oba rezistory.

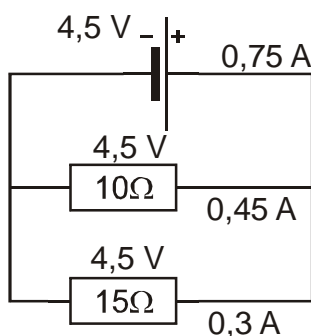


$$I = \frac{U}{R} = \frac{4,5}{10} \text{ A} = 0,45 \text{ A}$$

$$I = \frac{U}{R} = \frac{4,5}{15} \text{ A} = 0,3 \text{ A}$$



Celkový proud dodávaný baterií je jejich součtem:
 $I = 0,45 + 0,3 \text{ A} = 0,75 \text{ A}$, což odpovídá výsledku, který jsme získali pomocí celkového odporu.



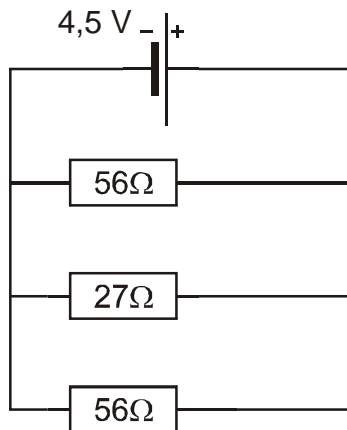
Př. 8: Do paralelního obvodu napájeného plochou baterií o napětí 4,5 V jsou připojeny rezistory 27Ω , 56Ω a 180Ω . Urči jejich celkový odpor. Nakresli schéma obvodu a vypočti ho.

Dosadíme do vzorce: $\frac{1}{R} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} = \frac{1}{27} + \frac{1}{56} + \frac{1}{180} = 0,06045$

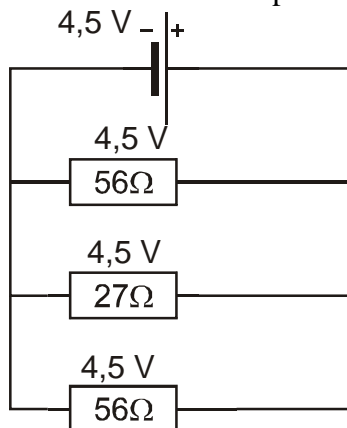
$$R = \frac{1}{0,06045} \Omega = 16,5 \Omega.$$

Proud odebíraný z baterie: $I = \frac{U}{R} = \frac{4,5}{16,5} \text{ A} = 0,272 \text{ A}.$

Obrázek obvodu:



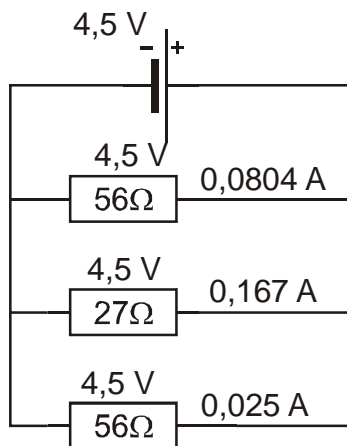
Rezistory jsou k baterii připojeny paralelně \Rightarrow na obou rezistorech je stejné napětí jako na baterii \Rightarrow můžeme spočítat proudy přes oba rezistory.



$$I = \frac{U}{R} = \frac{4,5}{56} \text{ A} = 0,0804 \text{ A}$$

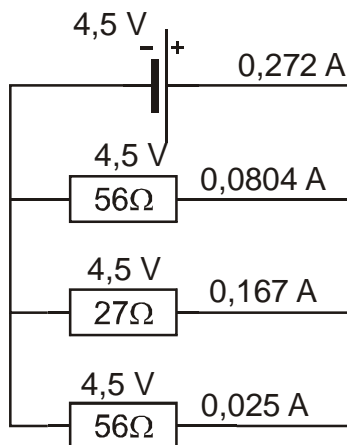
$$I = \frac{U}{R} = \frac{4,5}{27} \text{ A} = 0,167 \text{ A}$$

$$I = \frac{U}{R} = \frac{4,5}{180} \text{ A} = 0,025 \text{ A}$$



Celkový proud dodávaný baterií je jejich součtem:

$I = 0,0804 + 0,167 + 0,025 \text{ A} = 0,272 \text{ A}$, což odpovídá výsledku, který jsme získali pomocí celkového odporu.



Pedagogická poznámka: Následující příklad je bonus pro koumáky, nemluvíme o něm před celou třídou.

Př. 9: Odhadni, jak by vypadal vyjádřený vzorec pro výsledný odpor v případě, že bychom zapojovali paralelně tři odpory. Svůj odhad ověř výpočtem.

Nejčastěji dohadovaným vzorcem je $R = \frac{R_1 R_2 R_3}{R_1 + R_2 + R_3}$. Tento odhad je ale můžeme dosazením

jednotek ihned vyloučit jako špatný: $R = \frac{R_1 R_2 R_3}{R_1 + R_2 + R_3} = \frac{1 \Omega \cdot 1 \Omega \cdot 1 \Omega}{1 \Omega + 1 \Omega + 1 \Omega} = \frac{1 \Omega^3}{3 \Omega} = \frac{1}{3} \Omega^2 \Rightarrow$

celkový odpor by vycházel ve čtverečnicích ohmech \Rightarrow pokud má výsledek vycházet v ohmech a zůstane zachován čitatel zlomku $R_1 R_2 R_3$, musí jmenovatel obsahovat součin dvou hodnot odporů, pokud má být zachována zaměnitelnost všech tří odporů (musí být jedno, který odpor

označíme indexem 1 a který indexem 3), musí mít vzorec tvar $R = \frac{R_1 R_2 R_3}{R_1 R_2 + R_2 R_3 + R_1 R_3}$.

Odvození:

$$\frac{1}{R} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} \quad / \cdot R_1 R_2 R_3$$

$$R_1 R_2 R_3 = R_2 R_3 R + R_1 R_3 R + R_1 R_2 R$$

$$R_1 R_2 R_3 = (R_2 R_3 + R_1 R_3 + R_1 R_2) R \quad / : (R_2 R_3 + R_1 R_3 + R_1 R_2)$$

$$R = \frac{R_1 R_2 R_3}{R_1 R_2 + R_2 R_3 + R_1 R_3}$$

Shrnutí: V paralelním zapojení je výsledný odpor menší než odpor nejmenšího ze zapojených odporů. Sčítáme převrácené hodnoty odporů.