

4.1.3 Rezonance

Předpoklady: 040102

Pomůcky: stojan se dvěma stejnými a jedním jinak dlouhým kyvadlem, rezonátor do ruky

Pedagogická poznámka: Nejdříve si rozebereme výsledky domácího pokusu na měření.

Projdeme si můj protokol a vysvětlíme si, co potřeba. Žáci pak dostanou možnost upravit (opravit, předělat) svůj protokol tak, aby neobsahoval žádné chyby (typickou chybou je, že při měření závislosti na hmotnosti, nedávali pozor změnu těžiště a tím se jim slabě změnila délka kyvadla - což ovšem neříkám). Při závěrečném hodnocení pak zohledňují zejména to, jak se jim podařilo chyby, které najdu v prvním protokolu odstranit.

Pedagogická poznámka: Pokus s rezonancí kyvadel ukazuje už během probírání domácího měření s tím, že si žáci mají všimnout toho, co je zajímavé (na existenci třetího kyvadla schválně neupozorňuji).

Na stojanu jsou tři kyvadla, dvě stejná jedno s kratším závěsem. Jedno z dlouhých kyvadel rozhoupáme.

Př. 1: Popiš pokus. Co zajímavého se stalo?

Rozhoupané kyvadlo se postupně utlumovalo, ale druhé stejně dlouhé kyvadlo se stejně s tím začalo rozhoupávat. Po určité době se původní kyvadlo zcela utlumilo (chvilku stálo) a kývalo se pouze druhé kyvadlo. Poté se druhé kyvadlo začalo utlumovat a první opět rozhoupávat, dokud se situace nevrátila téměř do výchozího stavu (kromě toho, že první kyvadlo se kývalo méně než na počátku).

Kyvadla se stejně dlouhým závěsem si vyměňovala energii, a střídavě se rozhoupávala a utlumovala.

Kratší kyvadlo se zřetelně vůbec nerozkývalo.

Jak je možné, že s druhé kyvadlo rozhoupalo?

Houpání prvního kyvadla působí na závěs a drobně s ním hýbe, závěs hýbe i druhým kyvadlem a postupně mu předává další a další energii až druhé kyvadlo rozhýbe.

Proč se nerozhoupalo i kratší kyvadlo?

kratší kyvadlo se snaží hýbat se s jinou periodou. Pokud ho první přenesení energie trochu popostrčí, další popostrčení už není sladěné v periodou kratší kyvadlo, ale s periodou prvního kyvadla a proto toto popostrčení kratší kyvadlo nemusí rozpohybovat, ale naopak ho může utlumit.

Uvedený jev se nazývá **rezonance**. Pokud se snažíme oscilátor (kmitající předmět) rozpohybovat silou, která se mění v souladu s periodou jeho kmitání dochází k rezonanci a oscilátor můžeme rozpohybovat do velmi velkých výchylek. Pokud působíme silou, která se mění s jinou periodou, k rezonanci nedochází a oscilátor se nerozkmitá (případě rozkmitá, ale s malou výchylkou).

Rezonance je užitečná (například u hudebních nástrojů, využívá ji lidské ucho), ale i nebezpečná (například most můžeme působením v souladu jeho vlastní periodou rozhoupat a zničit).

Vrátíme se k minulé hodině, k zachycování pohybu dlouhé kyvadla a popocházení tatínka. Jak vyplnit políčka?

Čas

Jestliže se měřilo 0,5 s, musí se hodnoty času postupně po 0,5 s zvětšovat.

Problém, jak spárovat hodnoty v tabulce s hodnotami v grafickém zobrazení - v tabulce jsou časy, v grafickém zobrazení pořadová čísla:

- pořadové číslo je vždy dvojnásobkem času měření,
- pořadová čísla si můžeme dopsat do tabulky do políček s časy (pro rychlejší orientaci je to výhodnější).

Polohy tatínka

Z tabulky i grafického znázornění je zřejmé, že hodnoty se vždy liší o 50 cm (délka jednoho kroku). Nejdříve rostou od 0 do 300 cm, pak se zmenšují z 300 cm do -300 cm a pak opět rostou k nule.

Polohy kyvadla

Polohy kyvadla je možné odečítat z grafického znázornění, bohužel je to pracné a ne zcela přesné.

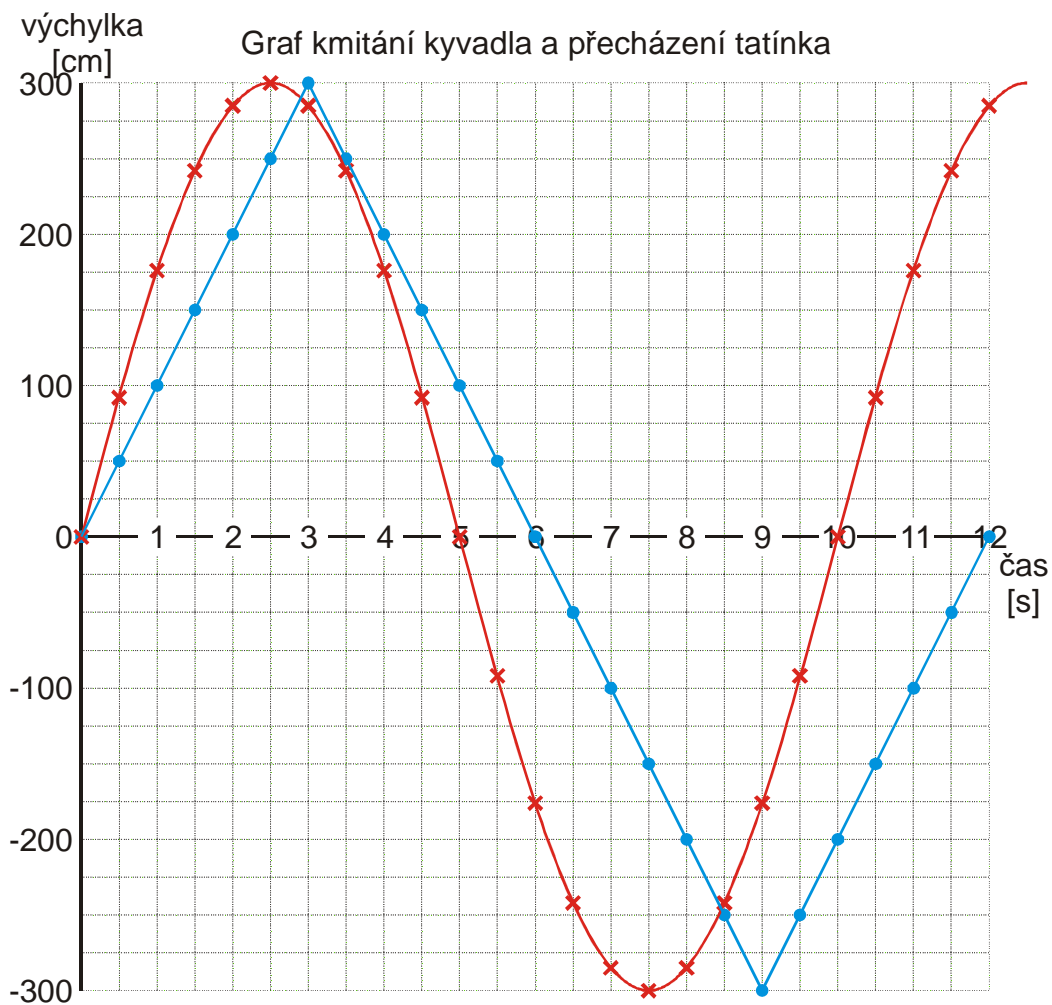
Postřeh: Polohy kyvadla je možné seskupit do dvojic (například polohy 1 a 9), které zachycují stejnou výchylku (tak můžeme doplnit všechny kladné výchylky kromě poloh 2 a 8).

Další postřeh: Výchylka v polohách 4 a 6 se od výchylek v polohách 14 a 16 liší pouze ve znaménku \Rightarrow můžeme vyplnit i zbývající volná políčka.

Oba předchozí postřehy nám ulehčí i sestrojování grafu.

Tabulka kmitání kyvadla a přecházení tatínka

čas [s]	0 ₀	0,5 ₁	1 ₂	1,5 ₃	2 ₄	2,5 ₅	3 ₆	3,5 ₇
výchylka kyvadla [cm]	0	92	176	242	285	300	285	242
poloha chodidla [cm]	0	50	100	150	200	250	300	250
čas [s]	4 ₈	4,5 ₉	5 ₁₀	5,5 ₁₁	6 ₁₂	6,5 ₁₃	7 ₁₄	7,5 ₁₅
výchylka kyvadla [cm]	176	92	0	-92	-176	-242	-285	-300
poloha chodidla [cm]	200	150	100	50	0	-50	-100	-150
čas [s]	8 ₁₆	8,5 ₁₇	9 ₁₈	9,5 ₁₉	10 ₂₀	10,5 ₂₁	11 ₂₂	11,5 ₂₃
výchylka kyvadla [cm]	-285	-242	-176	-92	0	92	176	242
poloha chodidla [cm]	-200	-250	-300	-250	-200	-150	-100	-50



Př. 2: Který z grafů zachycuje pohyb tatínka, který pohyb kyvadla? Kmitá rychleji kyvadlo nebo tatínek? Urči periody obou pohybů.

Pohyb tatínka znázorňuje graf z modrých kroužků, kyvadlo zachycuje graf z červených křížků. Rychleji kmitá kyvadlo než tatínek.

Perioda pohybu tatínka 12 s.

Perioda pohybu kyvadla 10 s.

Př. 3: Najdi na grafu tatínkova pohybu okamžiky, kdy se otáčel. V kterých okamžicích se tatínek pohyboval kladným směrem? Ve kterých okamžicích byla jeho poloha záporná?

Tatínek se otáčel v 3 s a v 9 s.

Kladným směrem se pohyboval od 0 s do 3 s a od 9 s do 12 s (15 s, pokud budeme předpokládat, že se pohyboval stále stejným způsobem).

Záporná byla jeho poloha od 6 s do 12 s.

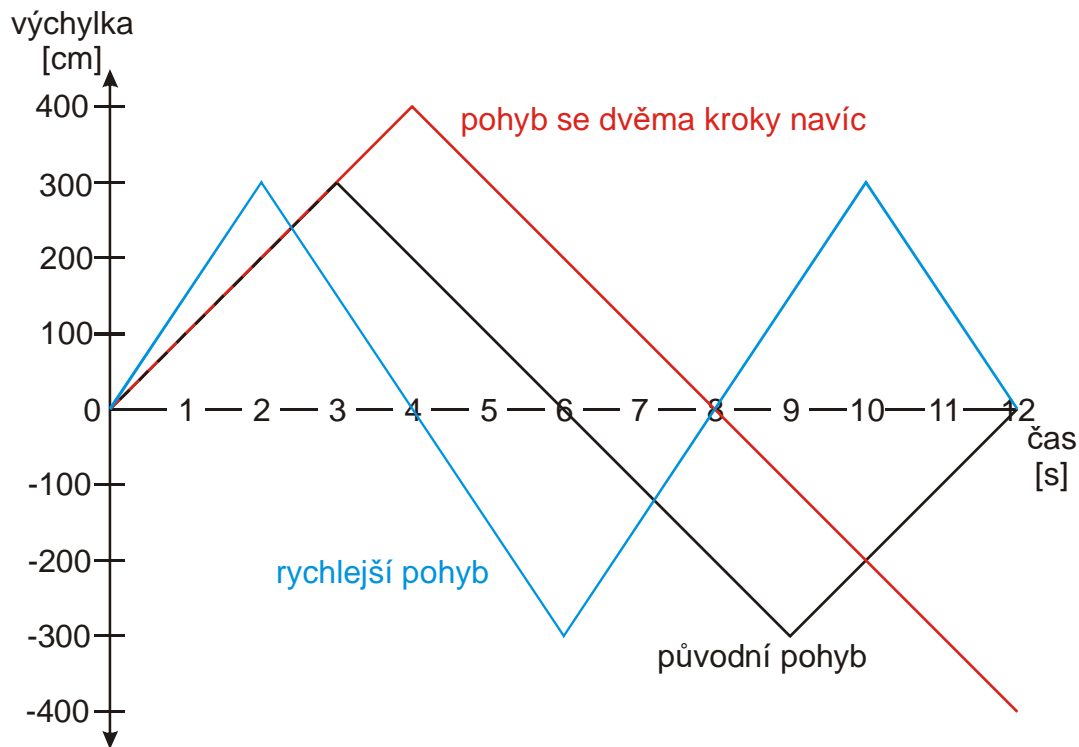
Př. 4: Ve kterých časech mělo kyvadlo kladnou výchylku? Ve kterých okamžicích se kyvadlo pohybovalo největší rychlostí? Jaká byla v těchto okamžicích jeho výchylka? V jakých okamžicích kyvadlo stálo? Jaká byla v těchto okamžicích jeho výchylka?

Kladnou výchylku mělo kyvadlo od 0 s do 5 s a od 10 s do 12 s (do 15 s, pokud budeme předpokládat, že se bude pohybovat stále stejným způsobem).

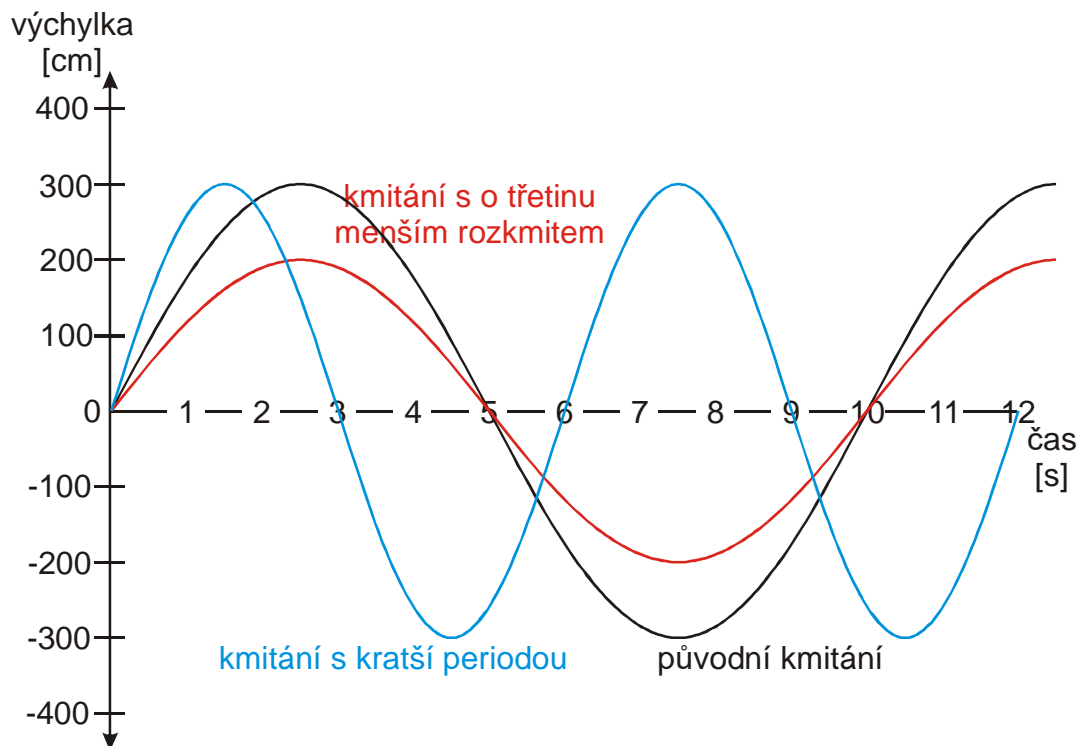
Největší rychlostí se kyvadlo pohybovalo v 0 s a 10 s (kladným směrem) a v 5 s (záporným směrem). V těchto okamžicích je jeho výchylka nulová.

Kyvadlo stálo v čase 2,5 s a 7,5 s v místech s maximální výchylkou 300 cm (-300 cm v čase 7,5 s).

Př. 5: Překresli do sešitu graf pohybu tatínka. Dokresli do stejného obrázku grafy, které znázorňují, jak by se tatínek pohyboval, kdyby:
 a) chodil rychleji, b) přidal dva kroky navíc.



Př. 6: Překresli do sešitu graf pohybu kyvadla. Dokresli do stejného obrázku graf, které znázorňují, jak by se kyvadlo pohybovalo, kdyby:
 a) mělo o třetinu menší rozkmit b) kývalo s o dvě pětiny kratší periodou.

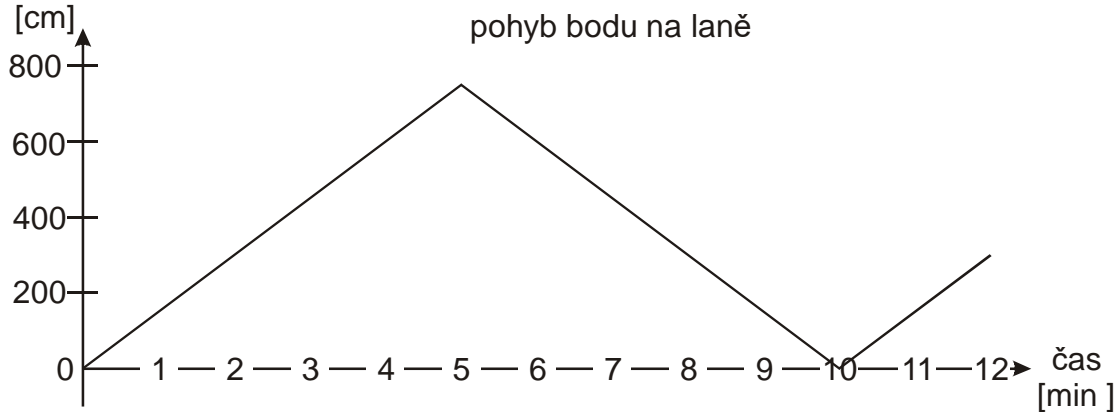


Př. 7: Lano lyžařského vleku se pohybuje rychlostí 2,5 m/s. Vlek je dlouhý 750 m a má převýšení 310 m. nakresli graf závislosti polohy bodu na laně na čase.

Doba nutná k uražení délky vleku: $t = \frac{s}{v} = \frac{750}{2,5} \text{ s} = 300 \text{ s} = 5 \text{ min} \Rightarrow$ lano se otočí na vleku

jednou za 10 minut. Lano se pohybuje stejnou rychlostí, otáčka probíhá velice rychle \Rightarrow graf bude mít stejný tvar jako graf popocházení tatínka.

výchylka



Na zachycení kmitavého pohybu není třeba vždy složité a drahé vybavení. Například kmitání ladičky můžeme zachytit tím, že její konec připevníme hrot, kterým po rozechvění ladičky přejedeme například po sklíčku začouzeném svíčkou. Získáme krásou vlnovku a pokud známe frekvenci kmitání ladičky, můžeme snadno spočítat jakou rychlostí jsme ladičkou během kreslení vlnovky pohybovali.

Př. 8: Ladička naladěná na 220 Hz (malé a) udělala hrotem na dráze 4 cm 20 kmitů. Jakou rychlostí se pohybovala?

Frekvence 220 Hz \Rightarrow perioda $T = \frac{1}{f} = \frac{1}{220} \text{ s} = 0,00454 \text{ s}$.

Během nakreslení 20 kmitů:

- se ladička posunula o 4 cm = 0,04 m,
- uplynul čas $t = 20 \cdot 0,00454 \text{ s} = 0,091 \text{ s}$,

\Rightarrow pokud předpokládáme, že pohyb byl rovnoměrný, můžeme vypočítat rychlost.

$$s = vt \quad / : t$$

$$v = \frac{s}{t} = \frac{0,04}{0,091} \text{ m/s} = 0,44 \text{ m/s}$$

Ladička se pohybovala rychlostí 0,44 m/s.

Shrnutí: Pokud působíme na kmitající předmět v souladu s periodou jeho kmitání, můžeme ho dostat do rezonance a velmi silně rozkmitat.